



دانشگاه سمنان، دانشکده مکانیک

طراحی اجزاء ۱

فصل سوم: تحلیل نیرو و تنش

مدرس: دکتر نیکوبین

تعدادل و دیاگرام آزاد

تحلیل نیرو و تنش

جلسه هفتم

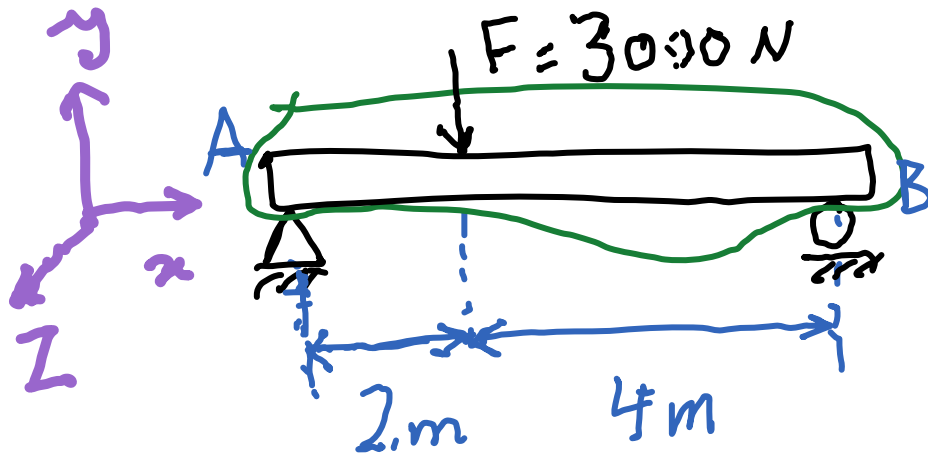
مروری بر استاتیك و مقاومت مصالح

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

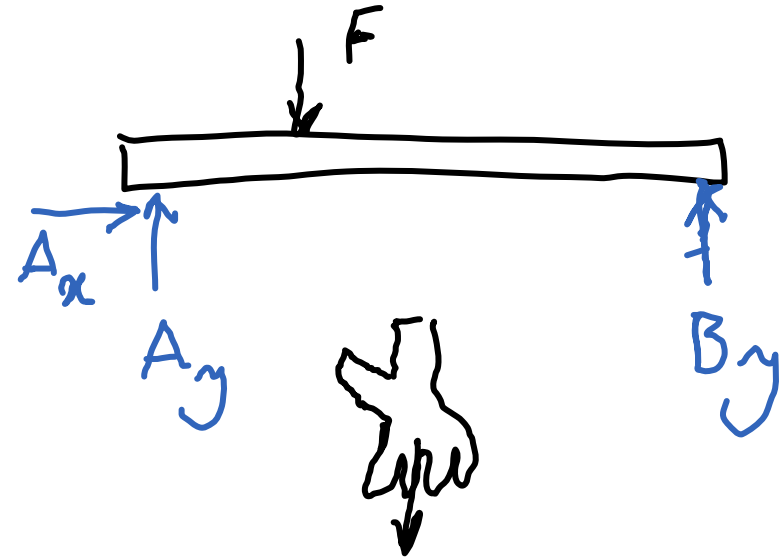
$$\sum \vec{M}_O = 0 \rightarrow \begin{cases} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases} \text{ صفهای}$$

تعدادل و دیاگرام آزاد



تحلیل نیرو و تنش

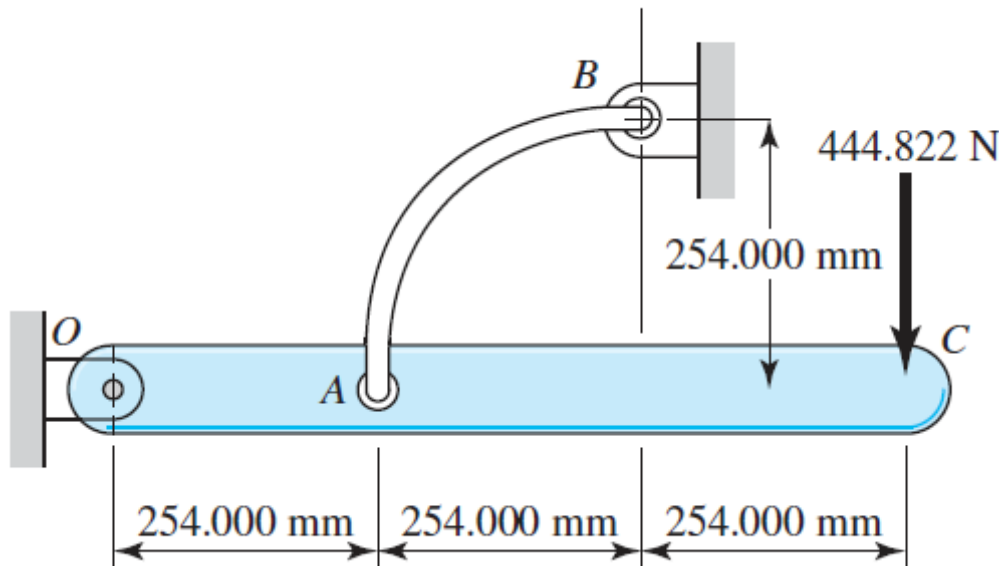


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

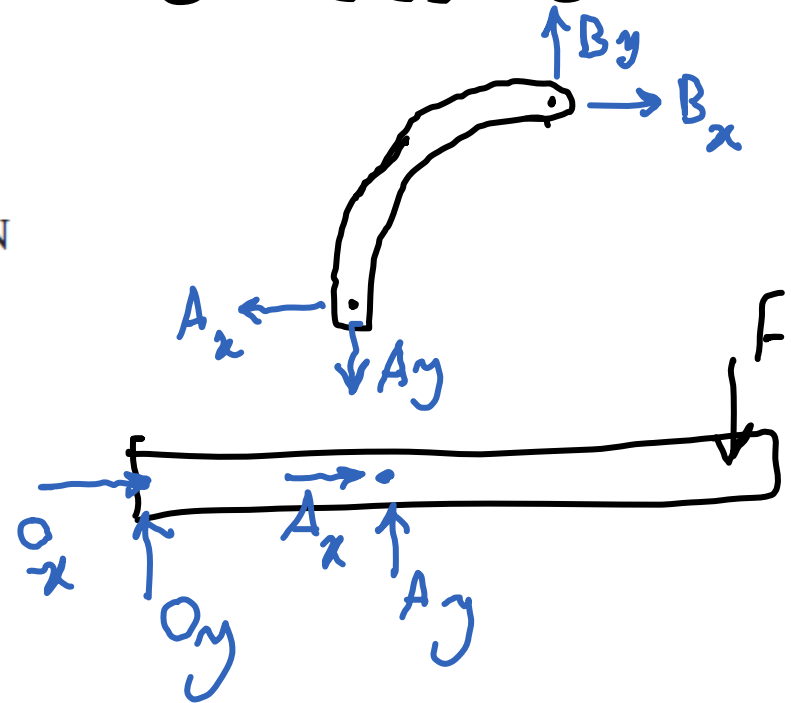
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - F = 0 \Rightarrow A_y = 2000 \text{ N}$$

$$\sum M_{AZ} = 0 \Rightarrow B_y \times 6 - F \times 2 = 0 \Rightarrow B_y = \frac{F}{3} = 1000 \text{ N}$$

تعدادل و دیاگرام آزاد



تحلیل نیرو و تنش



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x - A_x = 0 \Rightarrow A_x = B_x$$

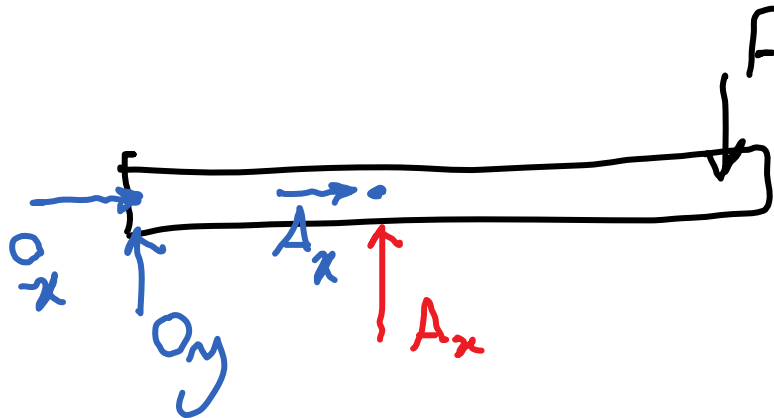
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = B_y$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y \times a - B_x \times a = 0 \Rightarrow B_y = B_x$$

$$\Rightarrow A_x = A_y$$

تعدادل و دیاگرام آزاد

تحلیل نیرو و تنش



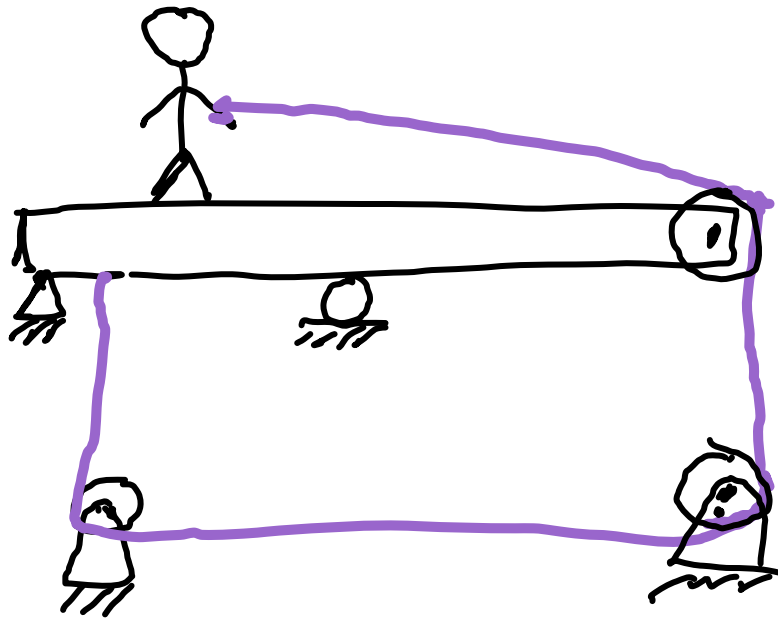
$$a = 254 \text{ mm}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow O_x + A_x = 0 \Rightarrow O_x = -\frac{F}{3}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow O_y + A_y - F = 0 \Rightarrow O_y = \frac{2F}{3}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow A_y \times a - F \times 3a = 0 \Rightarrow A_y = \frac{F}{3}$$

تعداد و دیاگرام آزاد



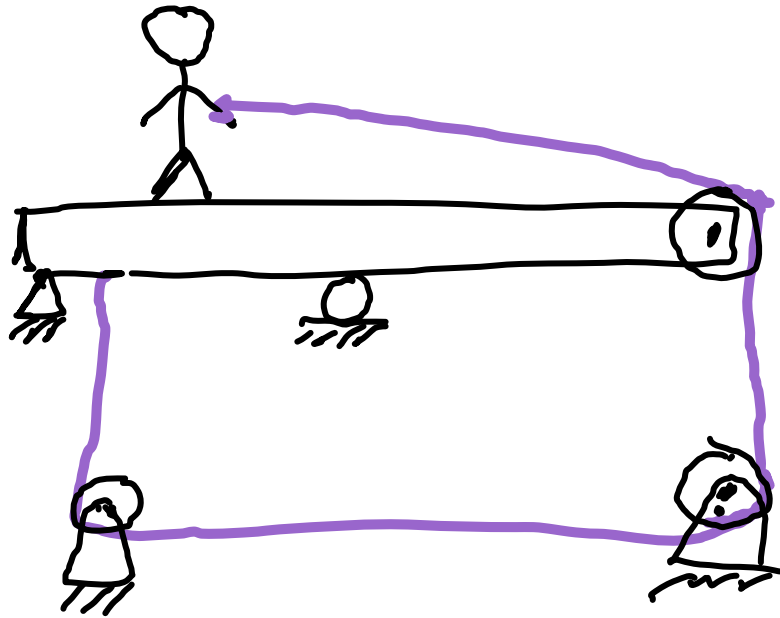
تحلیل نیرو و تنش

مجموعه شخص m_1

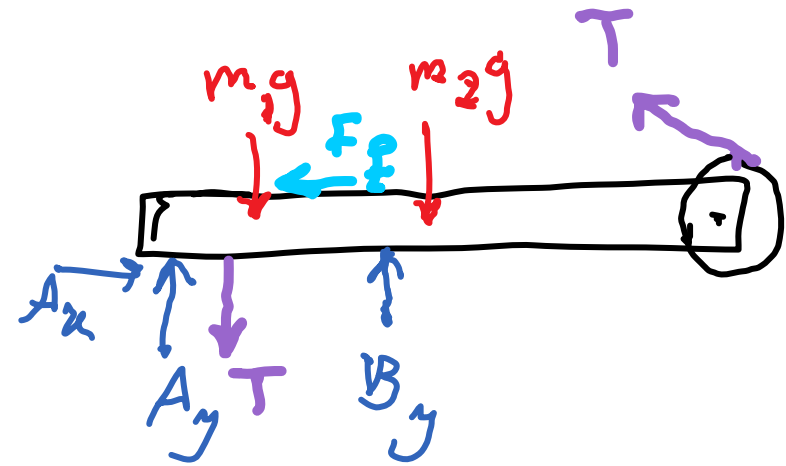
مجموعه تیر m_2

نیروی کشش طناب T

تعادل و دیاگرام آزاد

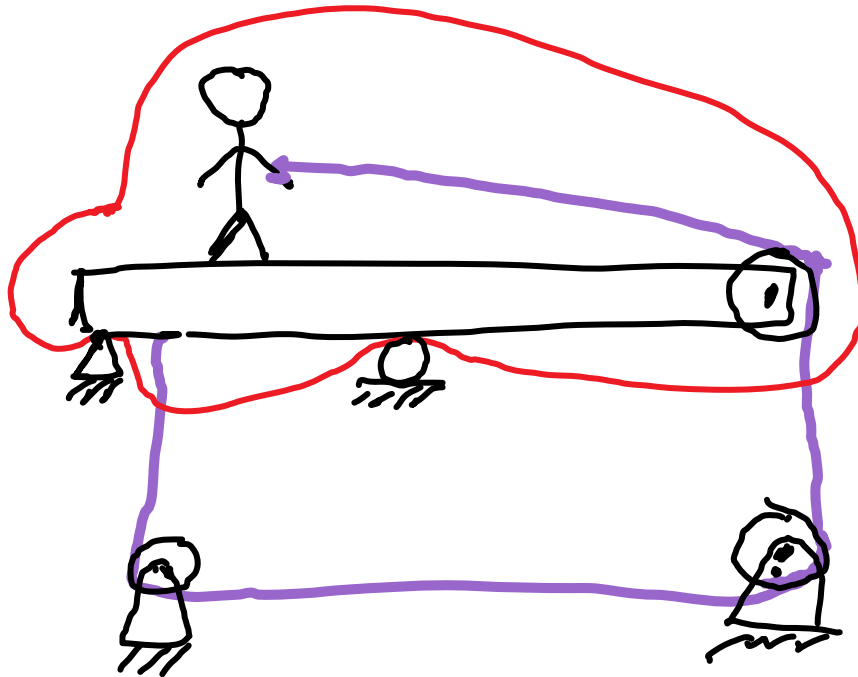


تحلیل نیرو و تنش

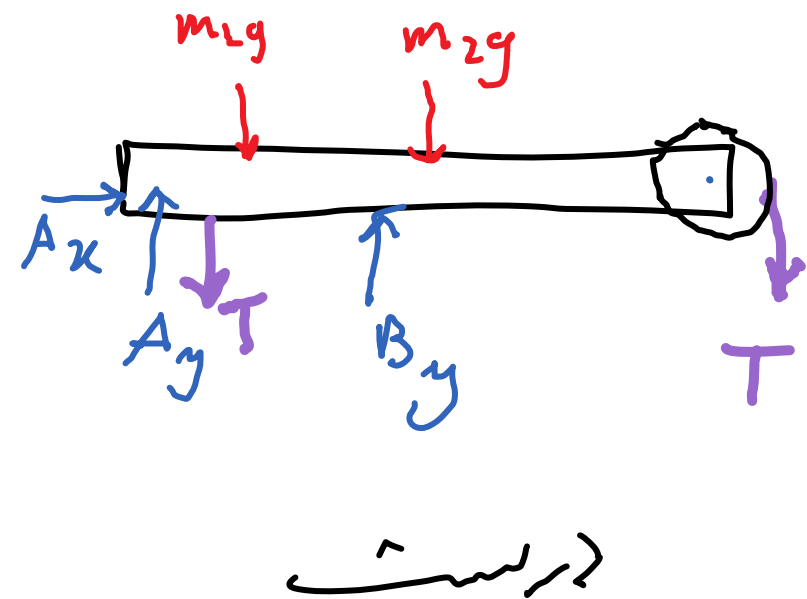


استبانه

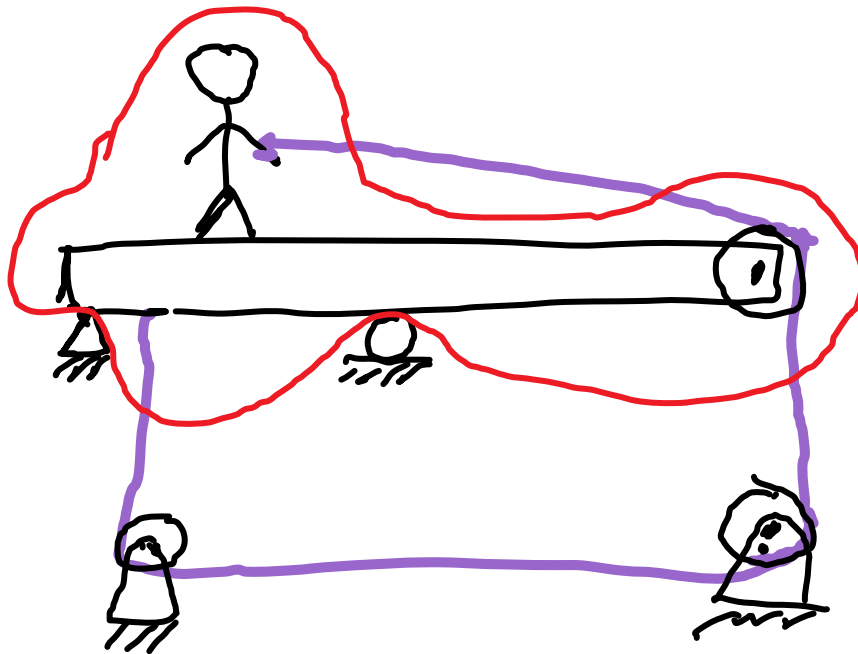
تعداد و دیاگرام آزاد



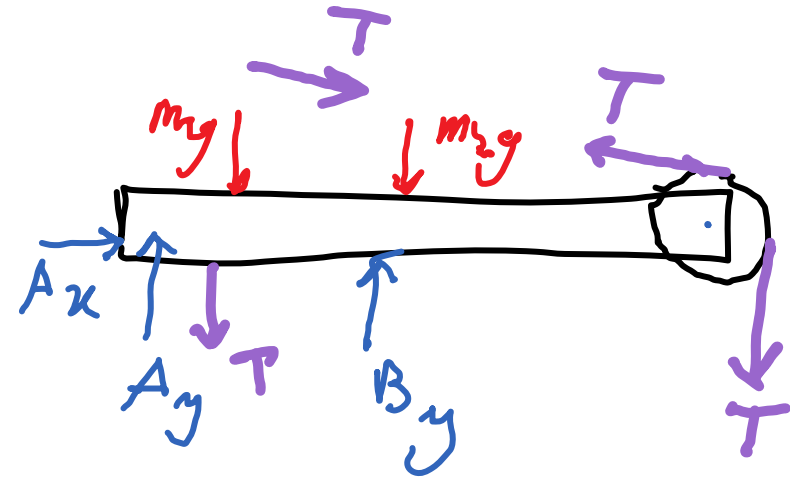
تحلیل نیرو و تنش



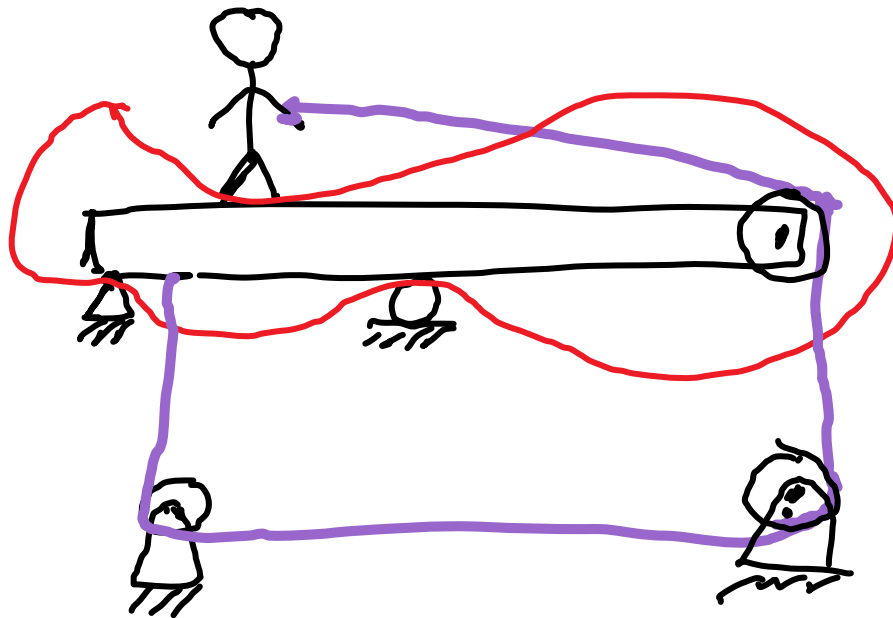
تعادل و دیاگرام آزاد



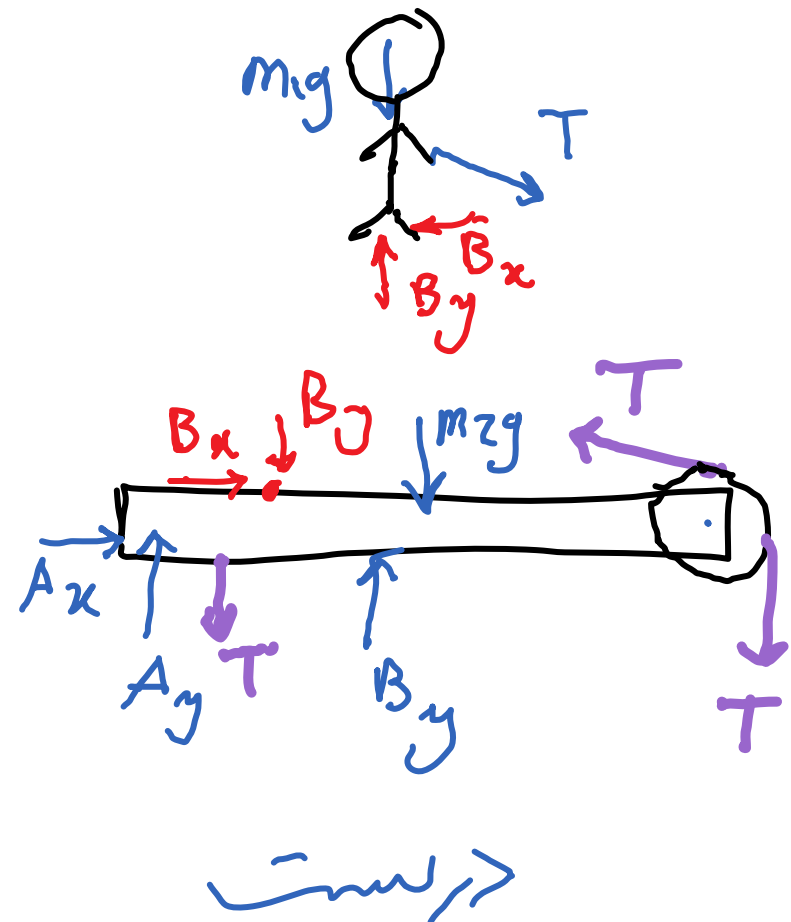
تحلیل نیرو و تنش



تعداد و دیاگرام آزاد



تحلیل نیرو و تنش



EXAMPLE 3-1

Figure 3-1a shows a simplified rendition of a gear reducer where the input and output shafts AB and CD are rotating at constant speeds ω_i and ω_o , respectively. The input and output torques (torsional moments) are $T_i = 27116.36 \text{ N} \cdot \text{mm}$ and T_o , respectively. The shafts are supported in the housing by bearings at A , B , C , and D . The pitch radii of gears G_1 and G_2 are $r_1 = 19.05 \text{ mm}$ and $r_2 = 38.10 \text{ mm}$, respectively. Draw the free-body diagrams of each member and determine the net reaction forces and moments at all points.

Solution

First, we will list all simplifying assumptions.

- 1 Gears G_1 and G_2 are simple spur gears with a standard pressure angle $\phi = 20^\circ$ (see Section 13-5).
- 2 The bearings are self-aligning and the shafts can be considered to be simply supported.
- 3 The weight of each member is negligible.
- 4 Friction is negligible.
- 5 The mounting bolts at E , F , H , and I are the same size.

The separate free-body diagrams of the members are shown in Figures 3-1b-d. Note that Newton's third law, called *the law of action and reaction*, is used extensively where each member mates. The force transmitted between the spur gears is not tangential but at the pressure angle ϕ . Thus, $N = F \tan \phi$.

تعداد و دیاگرام آزاد

تحلیل نیرو و تنش

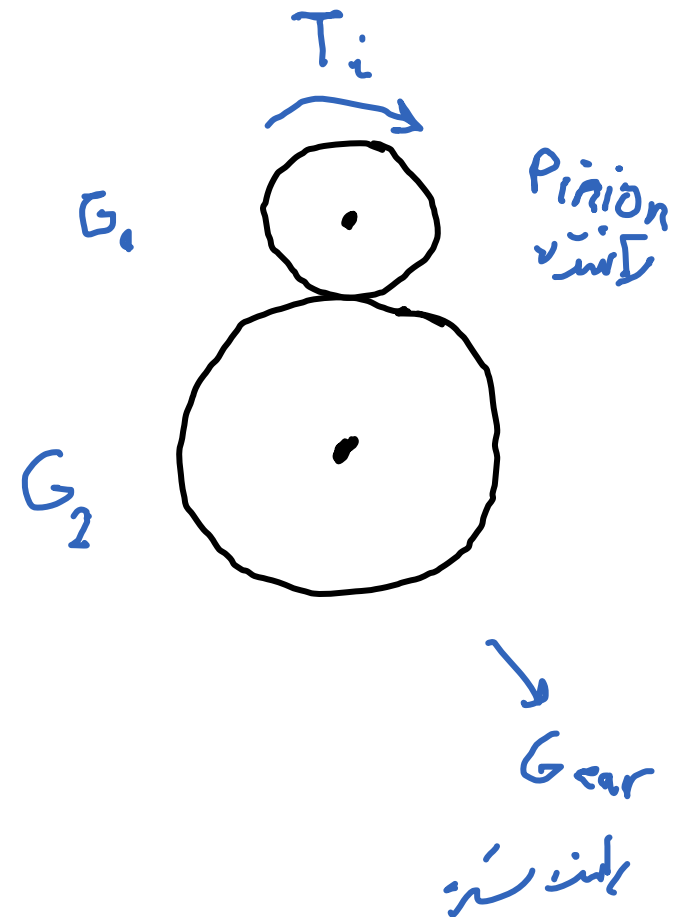
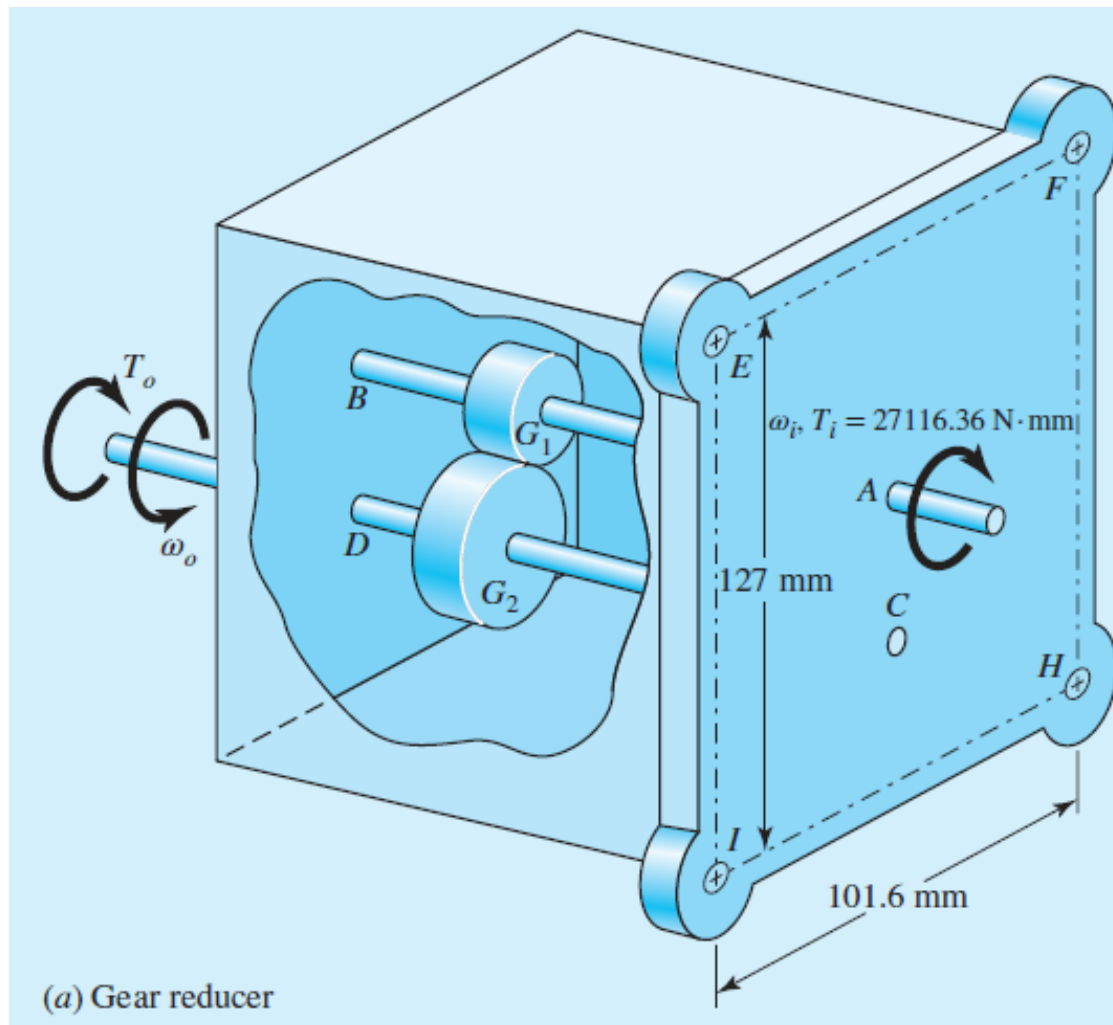
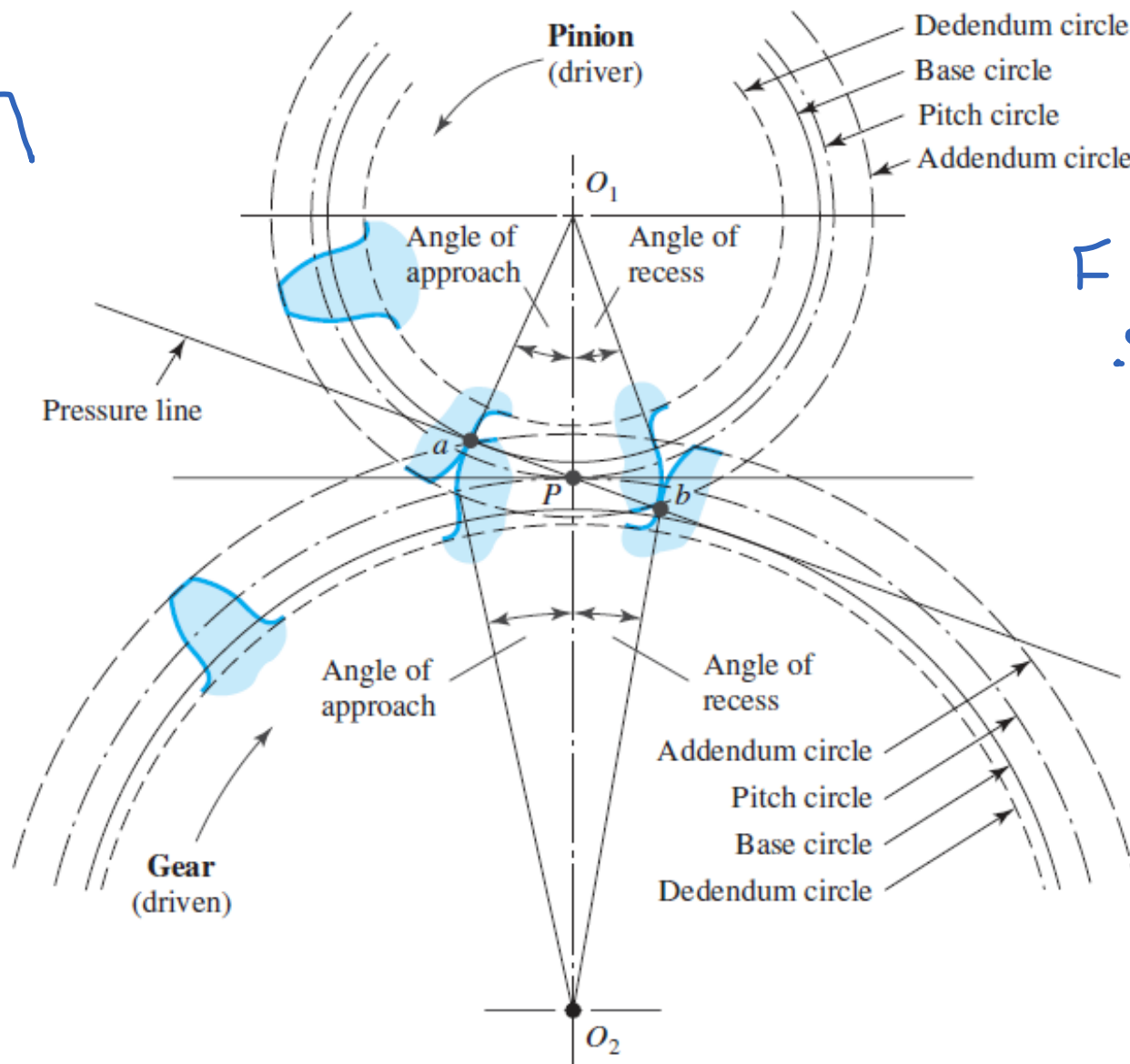
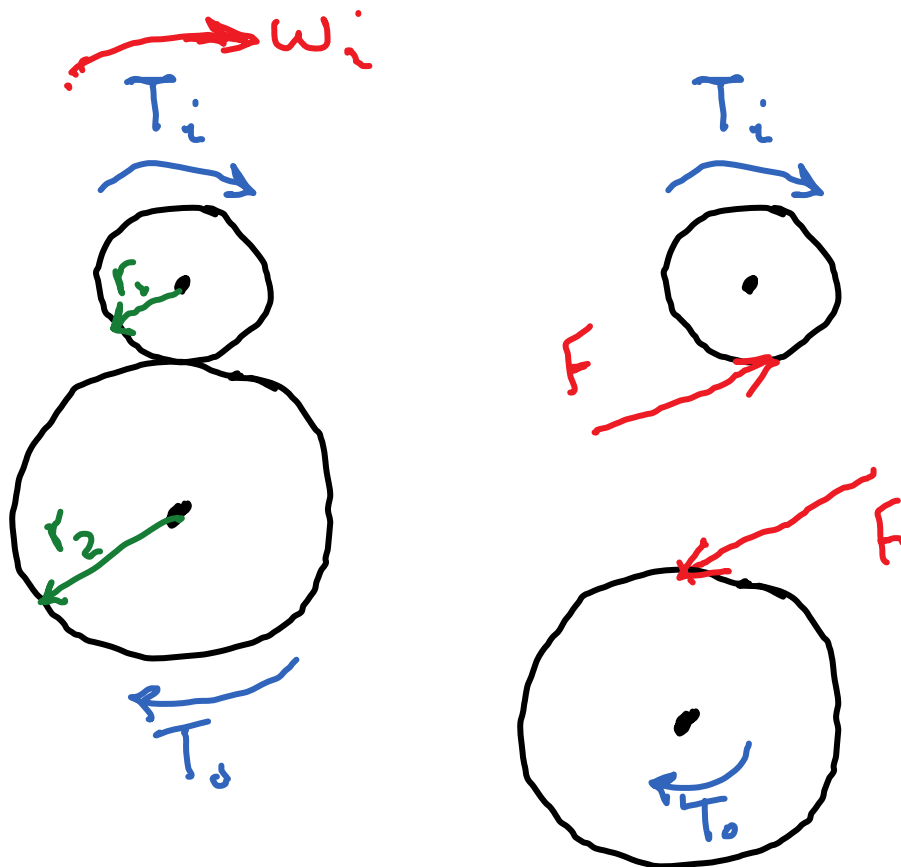


Figure 13–8 
Tooth action.



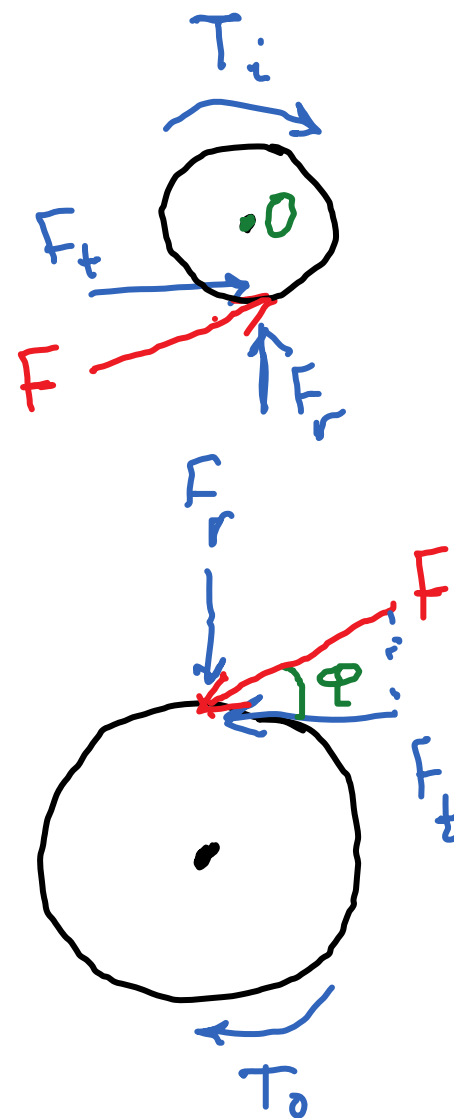
تبادل و دیاگرام آزاد



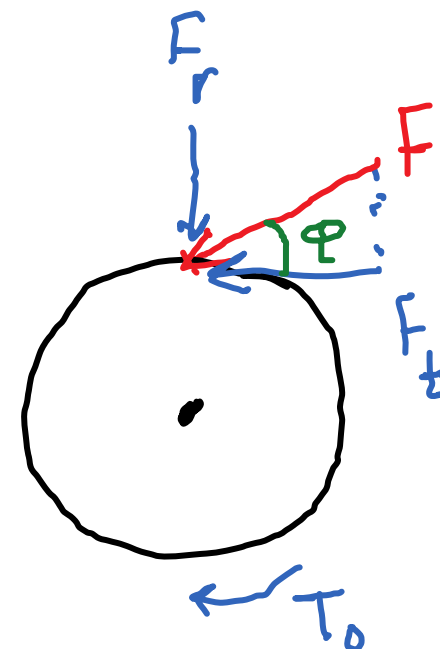
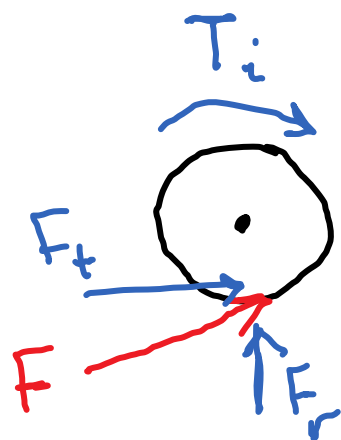
$$\sum M_o = 0 \Rightarrow F_t \times r_1 - T_i = 0$$

$$\Rightarrow T_i = F_t \times r_1$$

تحلیل نیرو و تنش



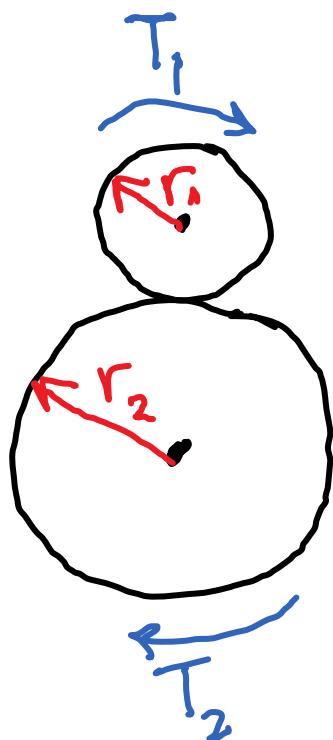
تبادل و دیاگرام آزاد



$$\left. \begin{array}{l} T_i = F_t \times r_1 \\ T_o = F_t \times r_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_i}{T_o} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow T_o = 2 T_i$$

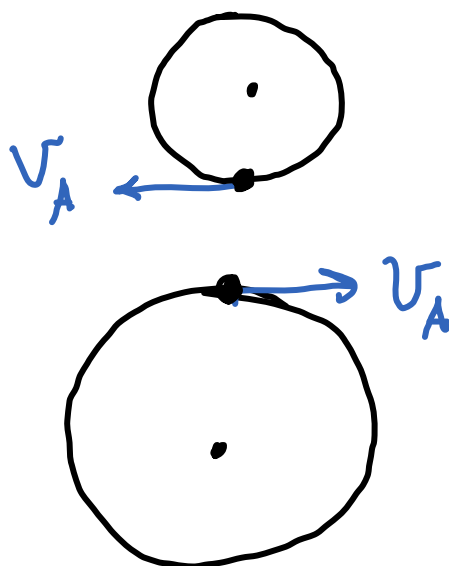
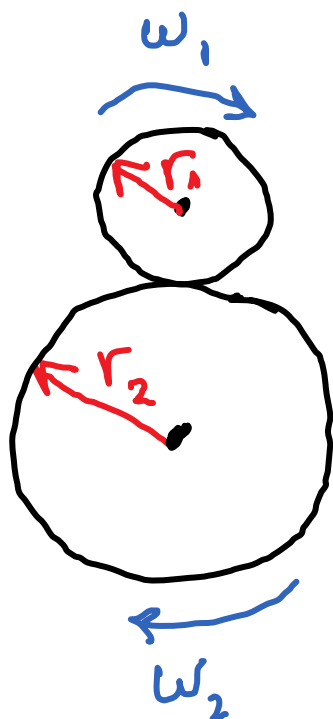
تحلیل نیرو و تنش



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{r_2}{r_1} = n = \frac{N_2}{N_1}$$

n { نسبت تبدیل گریس
Gear ratio

$$T_2 = n T_1$$

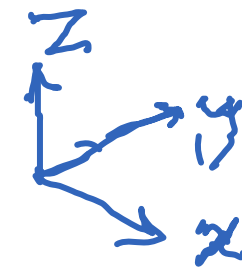
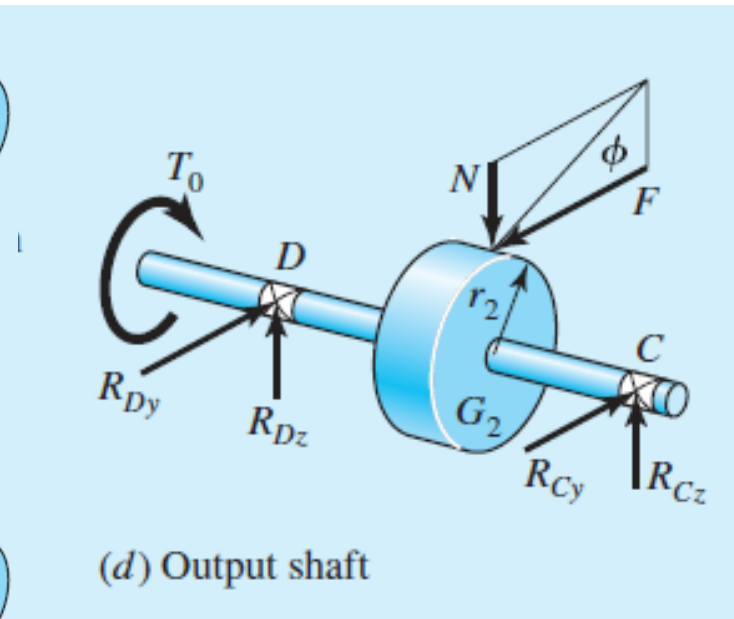
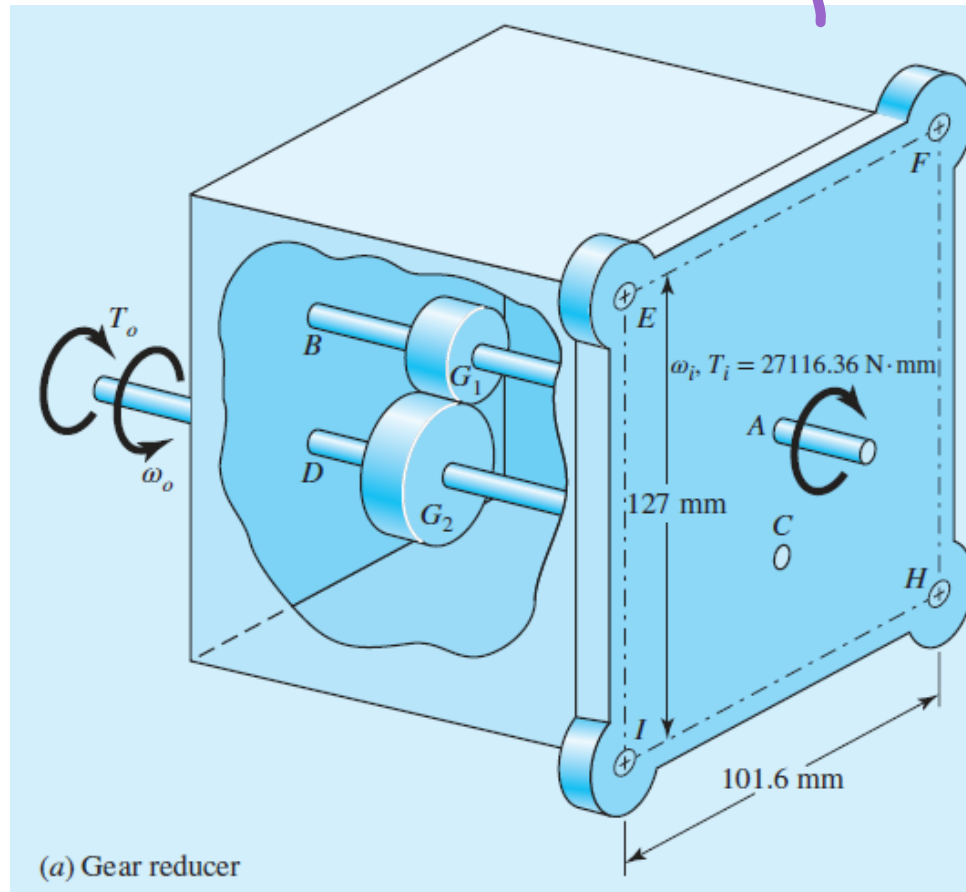


$$v_A = r_1 \omega_1$$

$$v_A = r_2 \omega_2$$

$$\Rightarrow r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{n}$$

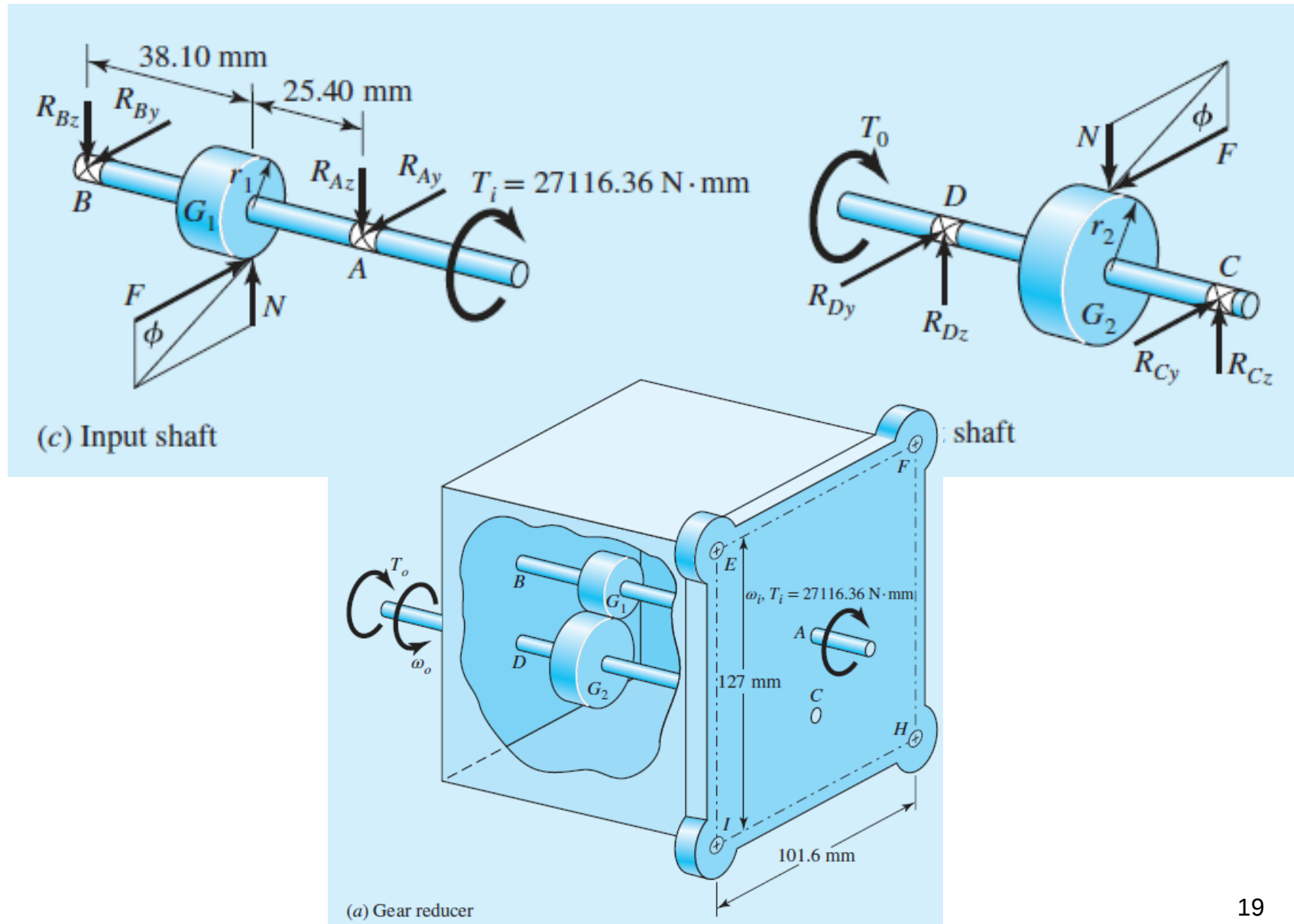
تحلیل نیرو و تنش **جلسه پنجم** تعادل و دیاگرام آزاد

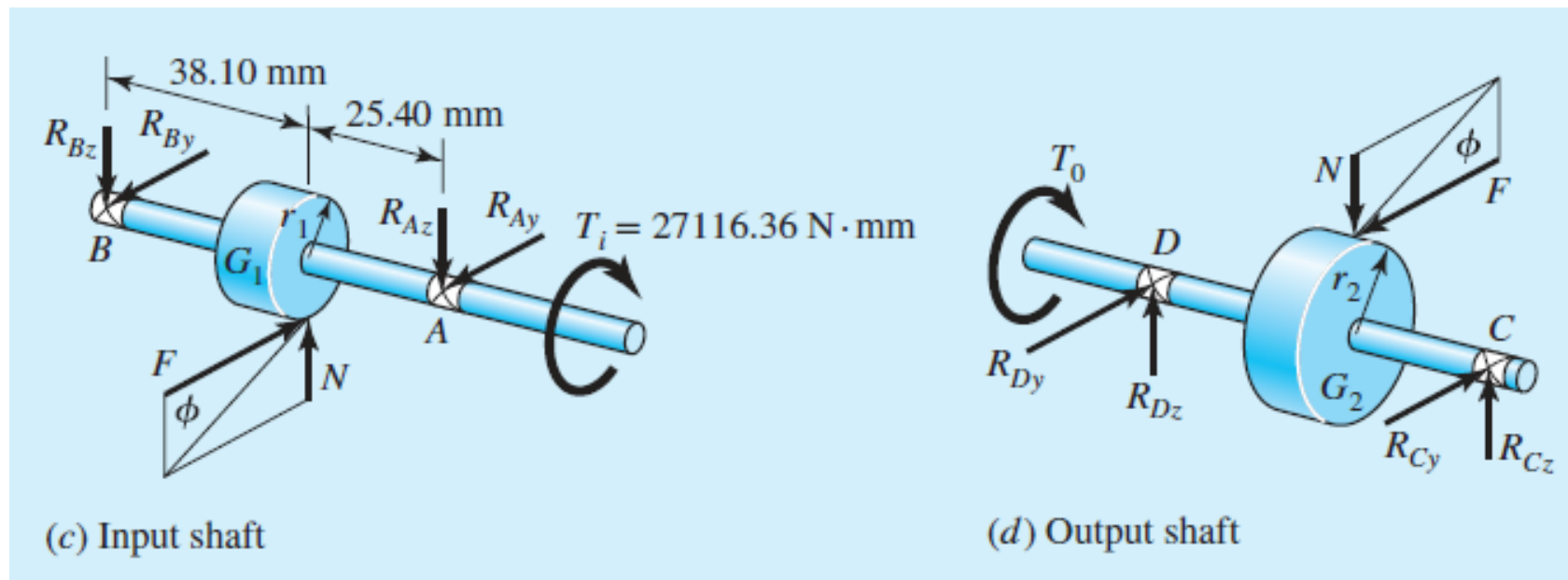


F و N محاسب F_t و محاسب F_r

تعدادل و دیاگرام آزاد

تحلیل نیرو و تنش

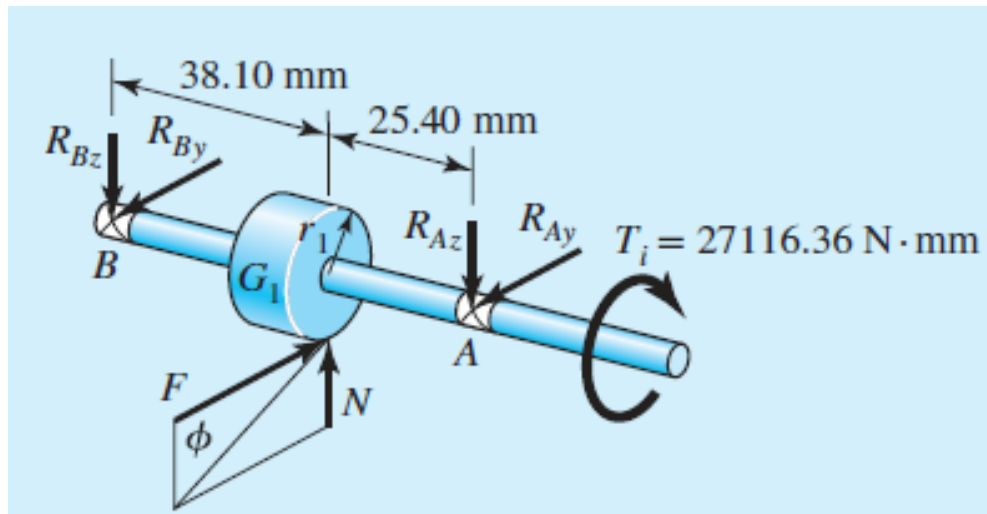




$$F = \frac{T_i}{r_1} = \frac{27116}{19} = 1423 \text{ N}$$

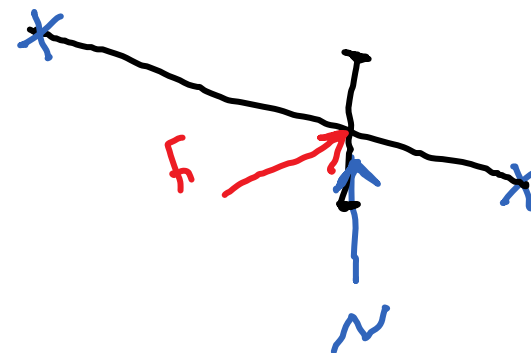
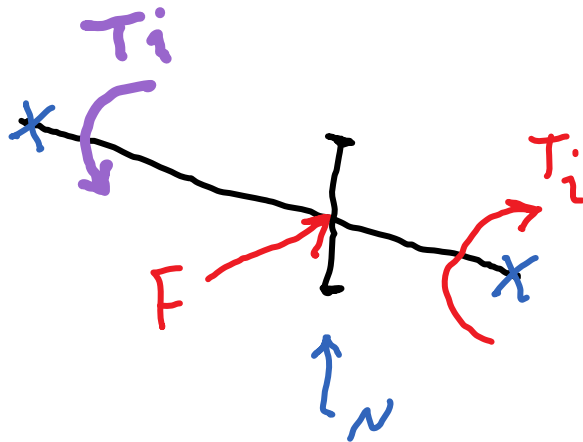
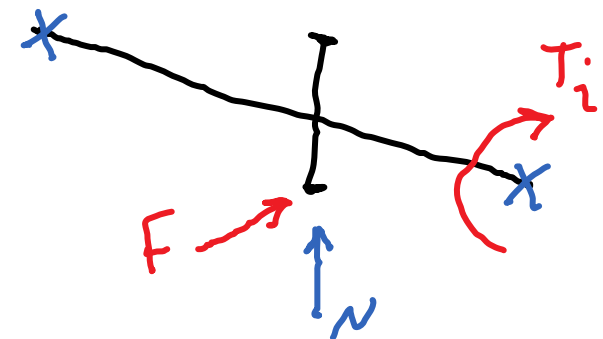
$$\tan \phi = \frac{N}{F} \Rightarrow N = F \tan 20 = 518 \text{ N}$$

نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها



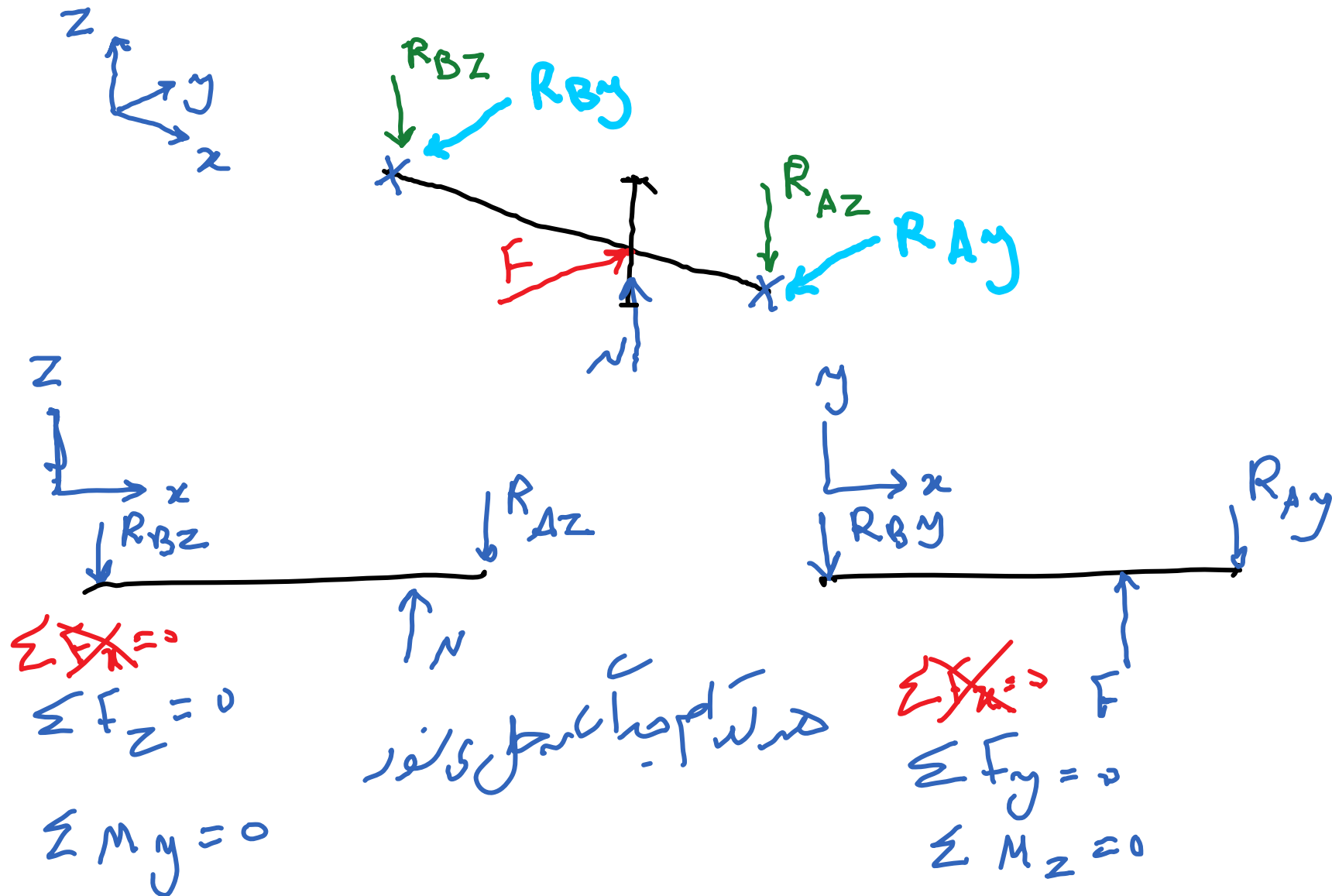
تحلیل نیرو و تنش

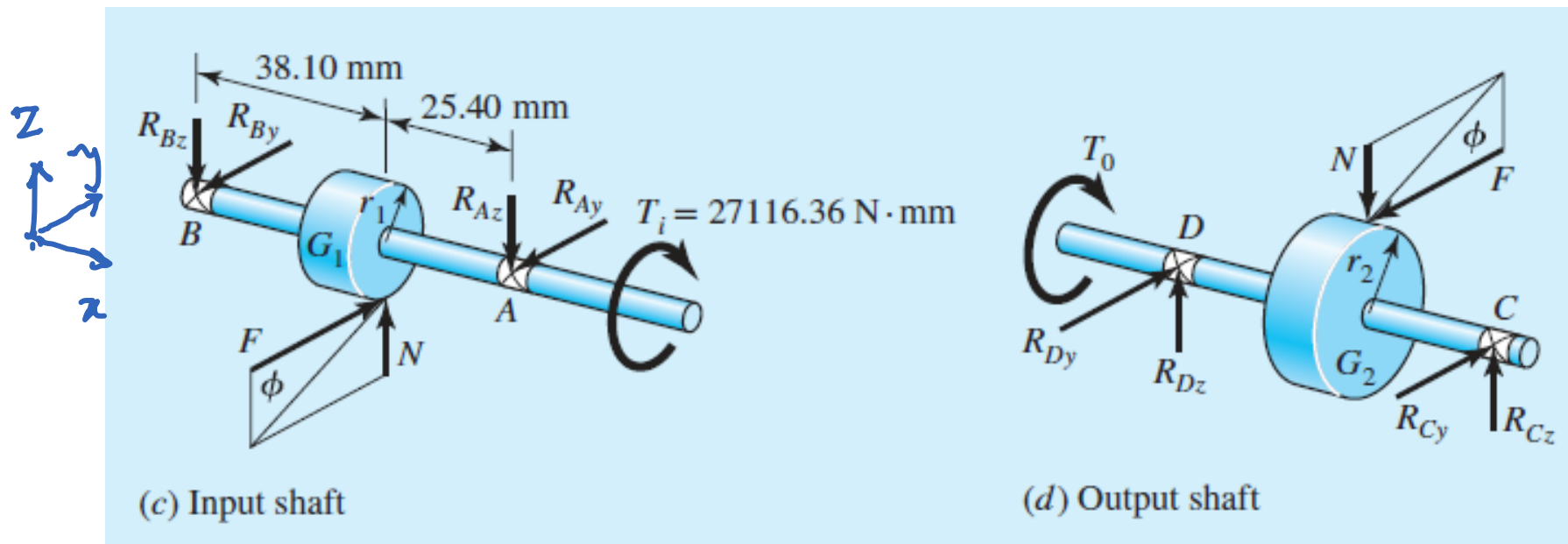
3D coordinate system with axes x , y , and z .



تحلیل نیرو و تنش

نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

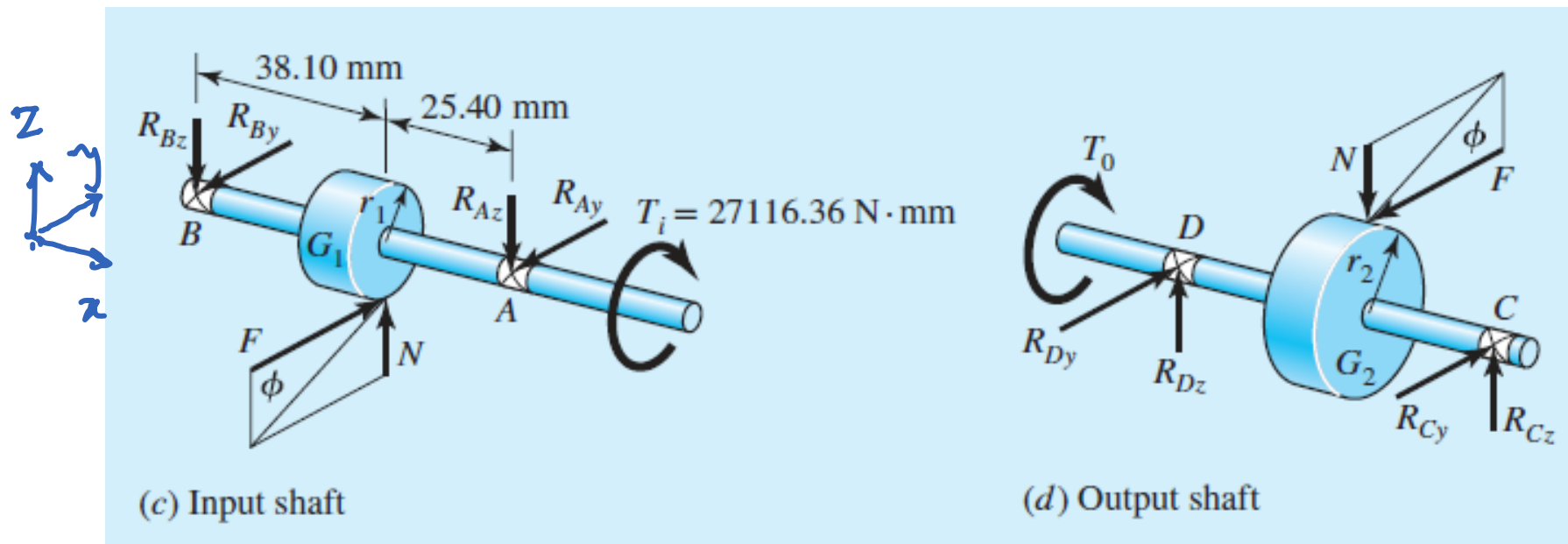




$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F + R_{By} - R_{Ay} = 0 \Rightarrow R_{By} = 1423 - 854 = 569$$

حرفه R_y

$$\sum M_{Bz} = 0 \Rightarrow F \times 38 - R_{Ay} \times 63.5 = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 854$$



$$\sum M_{By} = 0 \Rightarrow -N \times 38.1 + R_{Az} \times 63.5 = 0 \Rightarrow R_{Az} = 311 \text{ N}$$

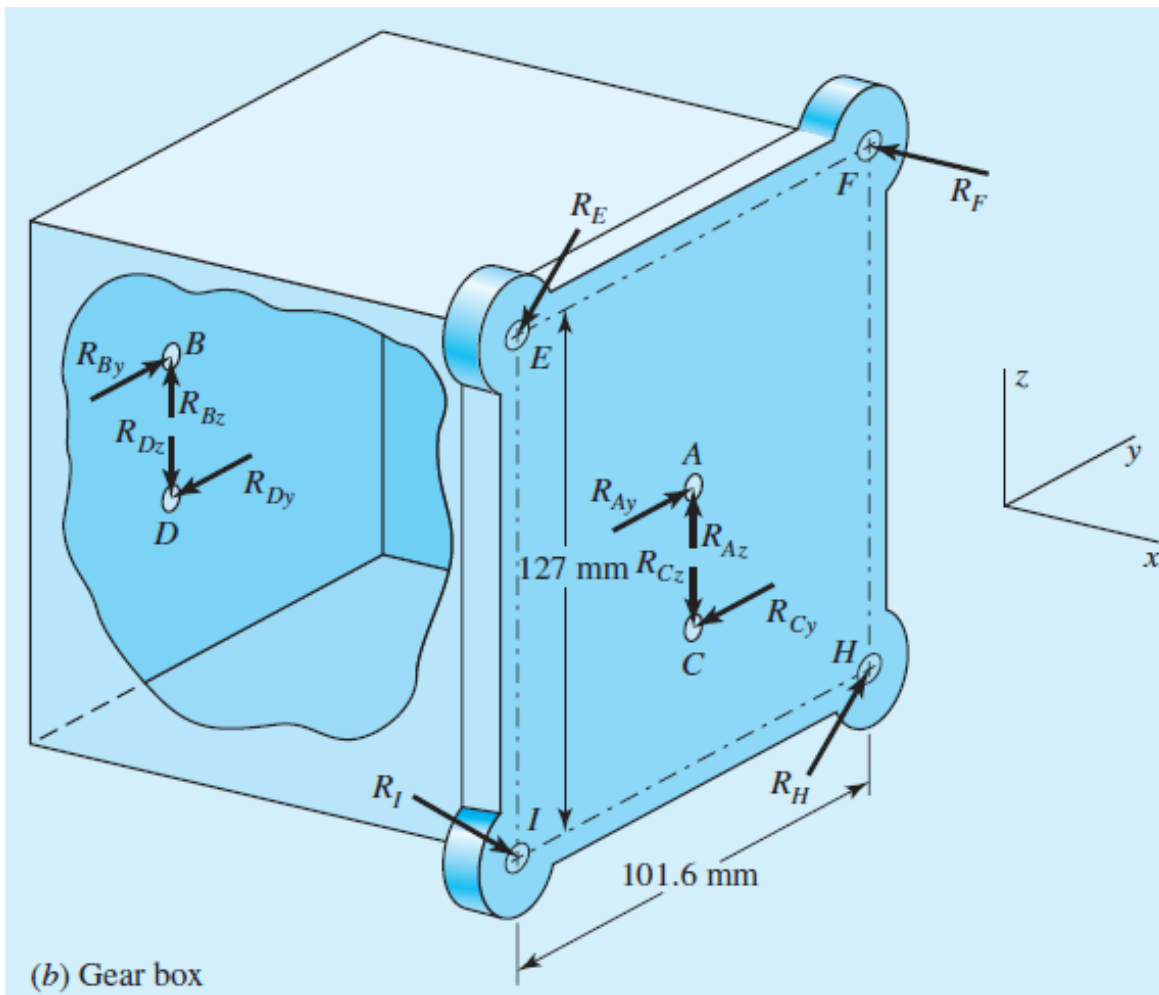
$$\sum F_z = 0 \Rightarrow N - R_{Bz} - R_{Az} = 0$$

$$\Rightarrow R_{Bz} = 518 - 311 = 207$$

گرفتن

تعدادل و دیاگرام آزاد

تحلیل نیرو و تنش



$$R_{By} = R_{Dy}$$

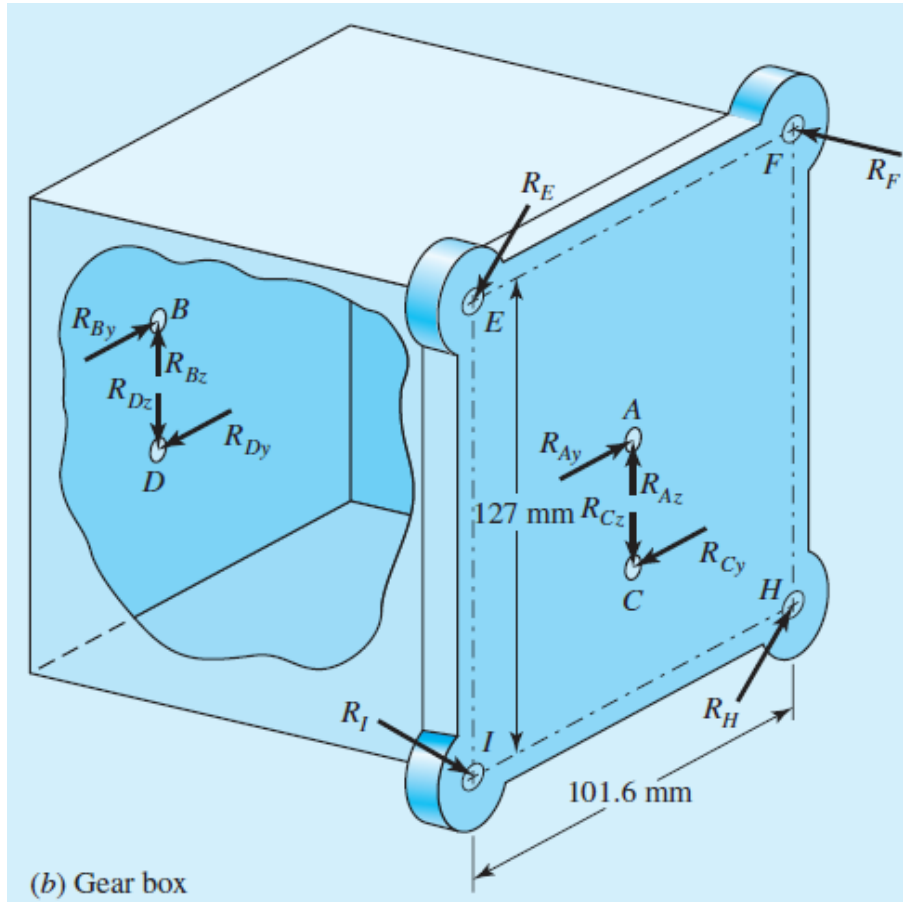
$$R_{Bz} = R_{Dz}$$

$$R_{Ay} = R_{Cy}$$

$$R_{Az} = R_{Cz}$$

تعدادل و دیاگرام آزاد

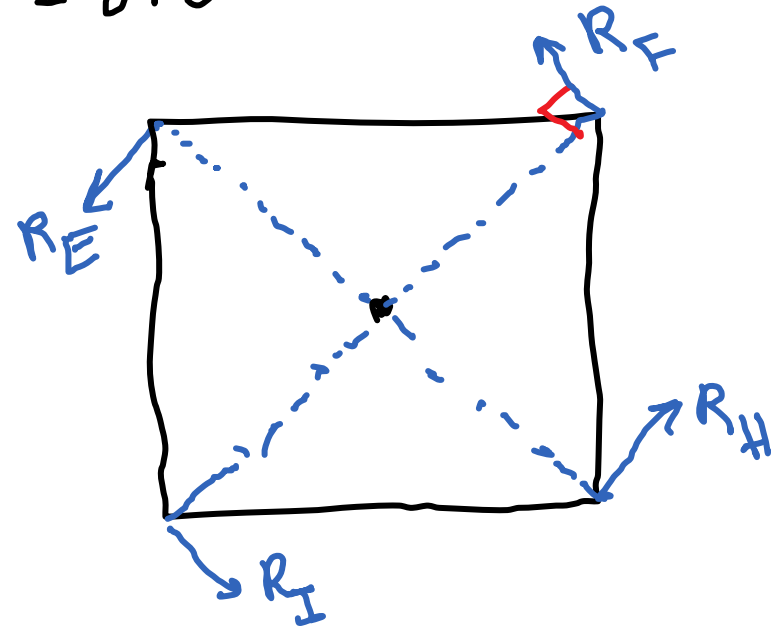
تحلیل نیرو و تنش



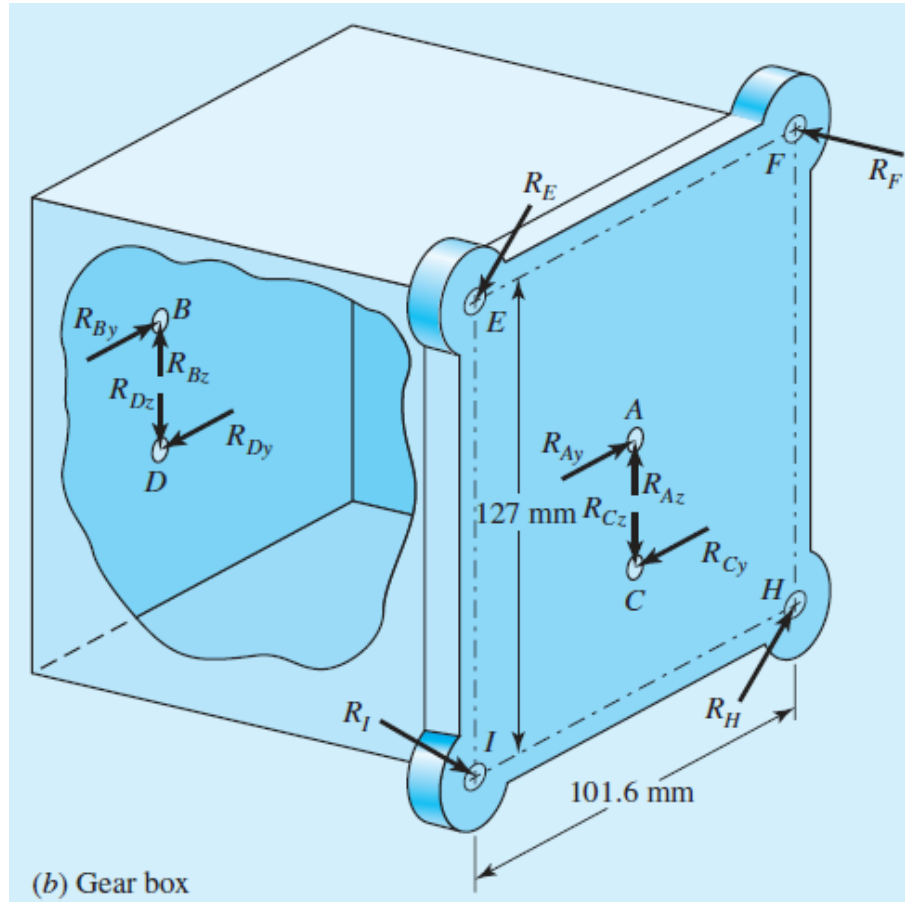
$$\sum M_{DC} =$$

$$R_{By} \times (38 + 19) + R_{Ay} (38 + 19)$$

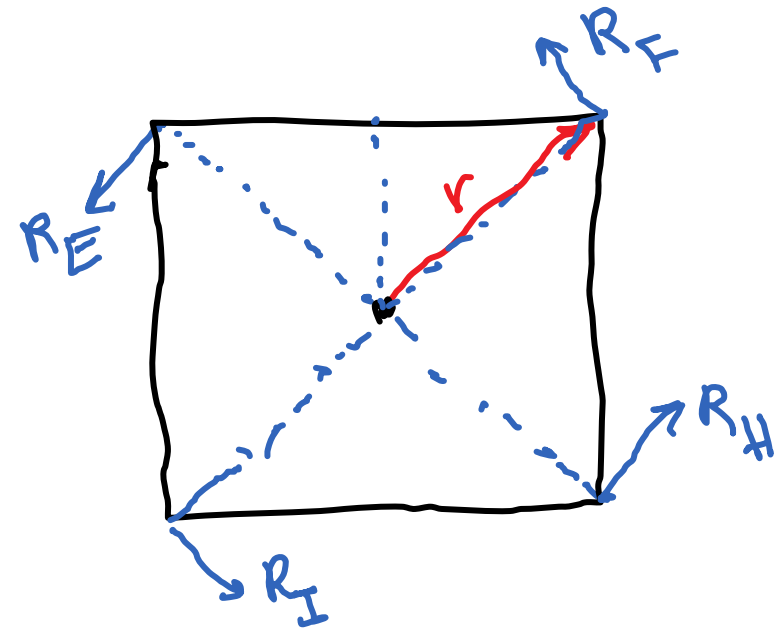
$$= 81349 \text{ N} \cdot \text{mm}$$



تعدادل و دیاگرام آزاد



تحلیل نیرو و تنش

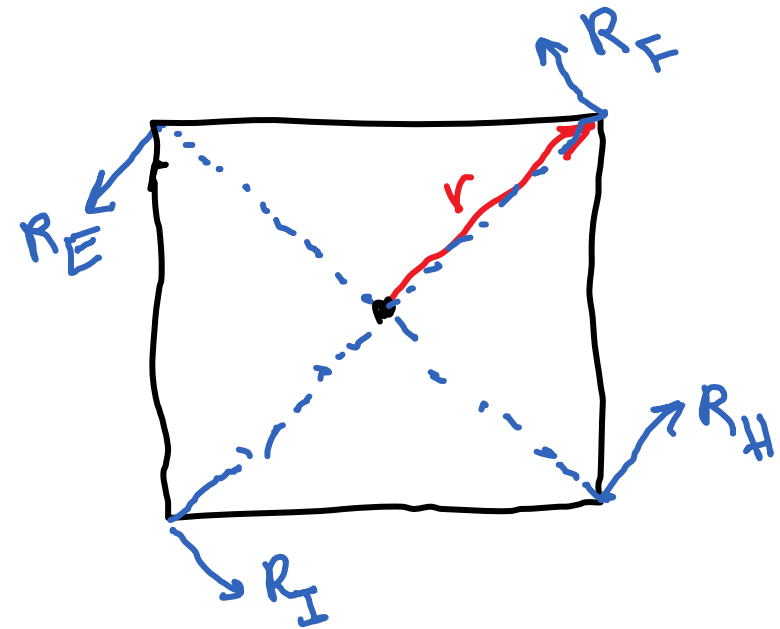
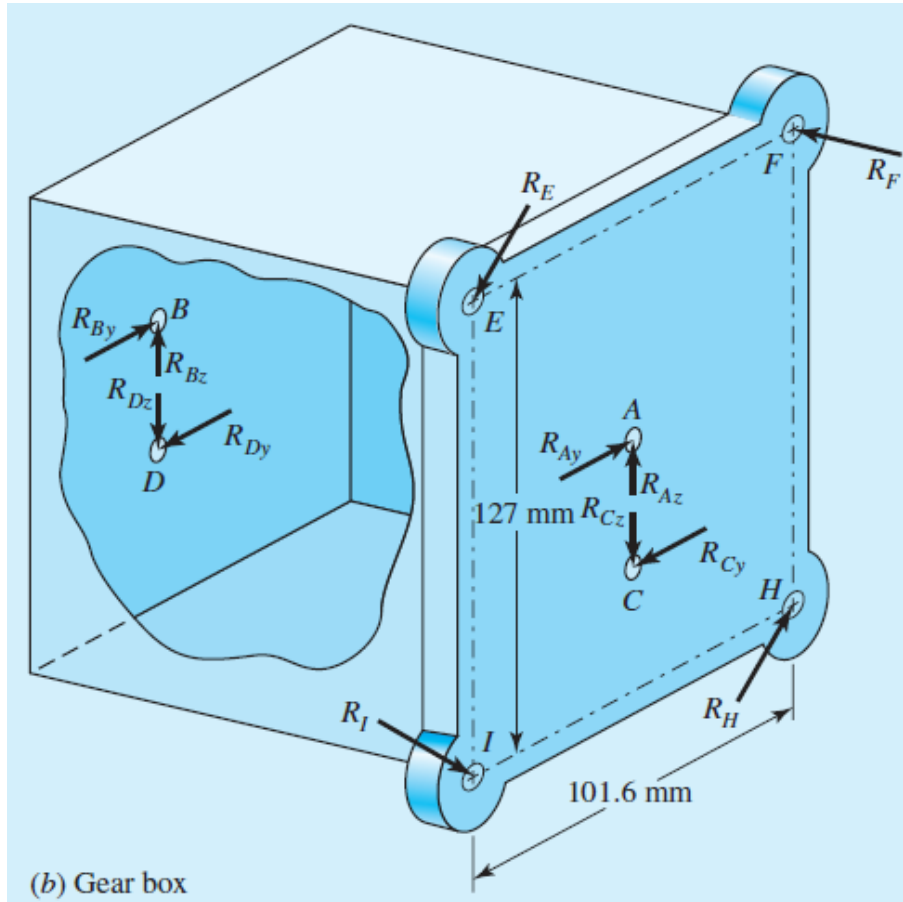


$$r^2 = \left(\frac{101}{2}\right)^2 + \left(\frac{127}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow r = 81.3 \text{ mm}$$

تعدادل و دیاگرام آزاد

تحلیل نیرو و تنش



$$\sum M_x = 4 \times r \times R_F$$

$$= 4 \times 81.3 \times R_F = 81349 \Rightarrow R_F = 250 \text{ N}$$

تعداد و دیاگرام آزاد

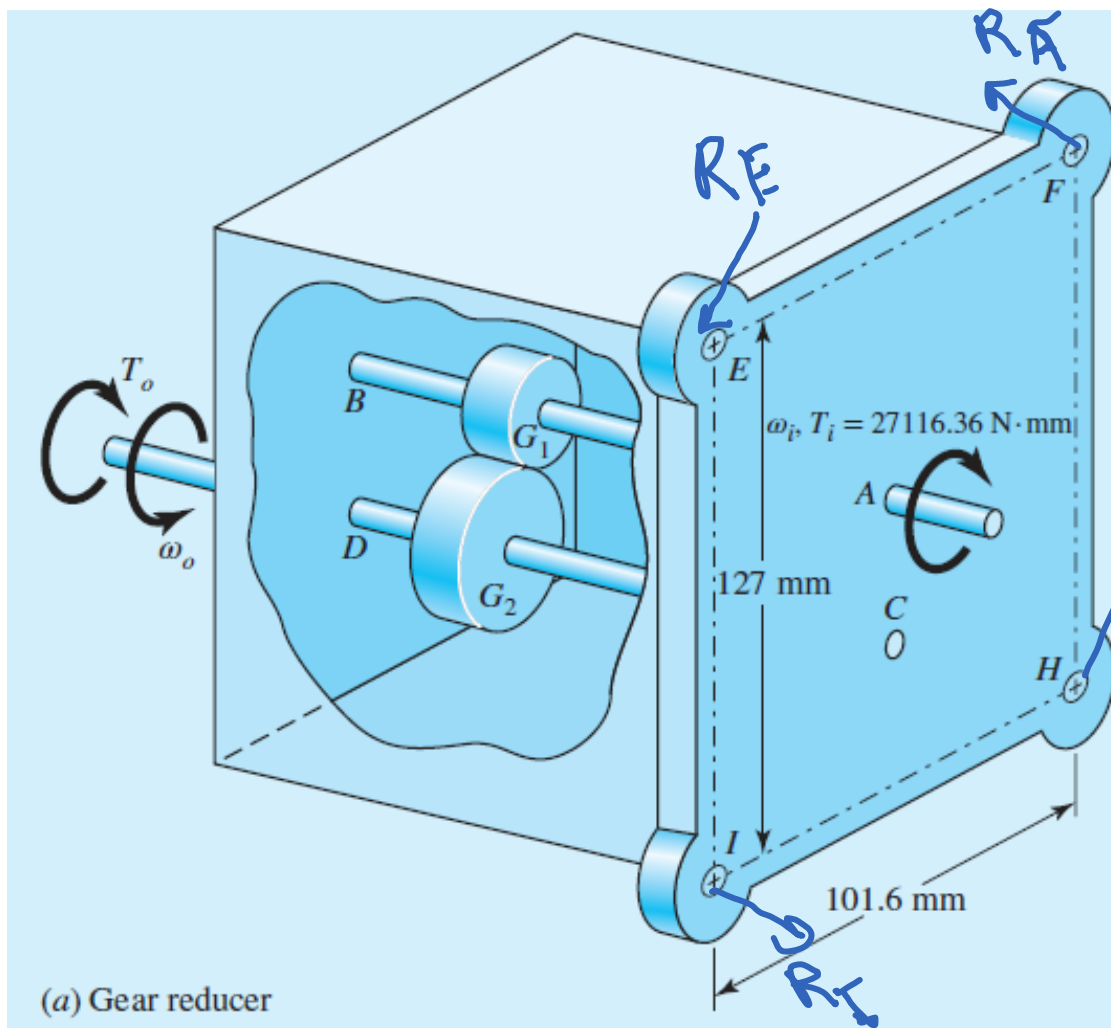
تحلیل نیرو و تنش
 $\sum M_z = 0$

$$4 \times R_F \times r =$$

$$T_i + T_o$$

$$= 27116 + 2 \times 27116$$

$$\approx 81344$$



نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

تحلیل نیرو و تنش

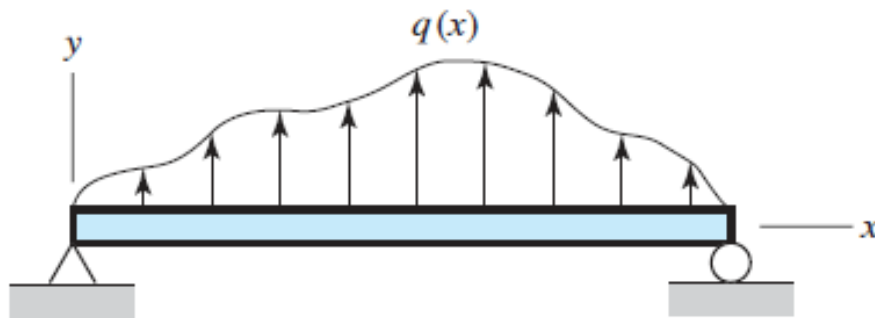


Figure 3-4

Distributed load on beam.

Load intensity $q(x)$

Shear force $V(x)$

Bending moment $M(x)$

$$\frac{dV}{dx} = q(x),$$

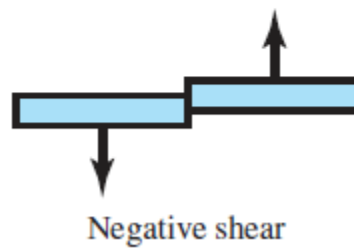
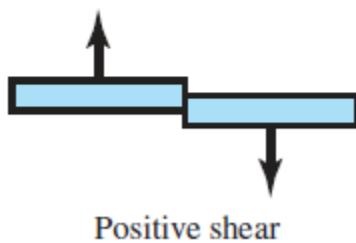
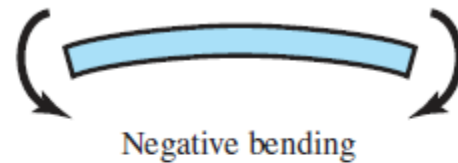
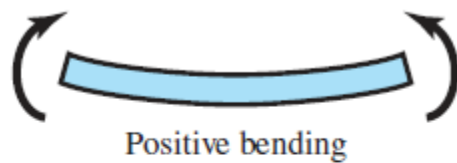
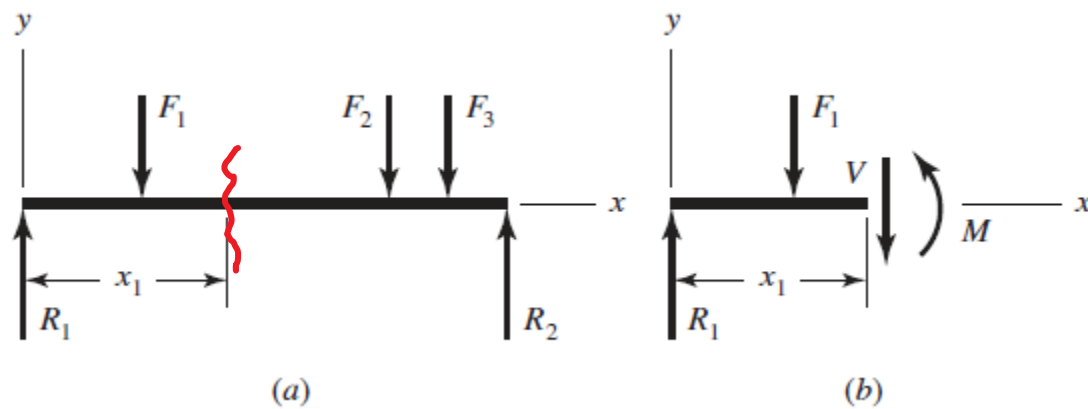
$$\frac{dM}{dx} = V(x)$$

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = V_B - V_A = \int_{x_A}^{x_B} q \, dx$$

$$\int_{M_A}^{M_B} dM = M_B - M_A = \int_{x_A}^{x_B} V \, dx$$

نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

تحلیل نیرو و تنش

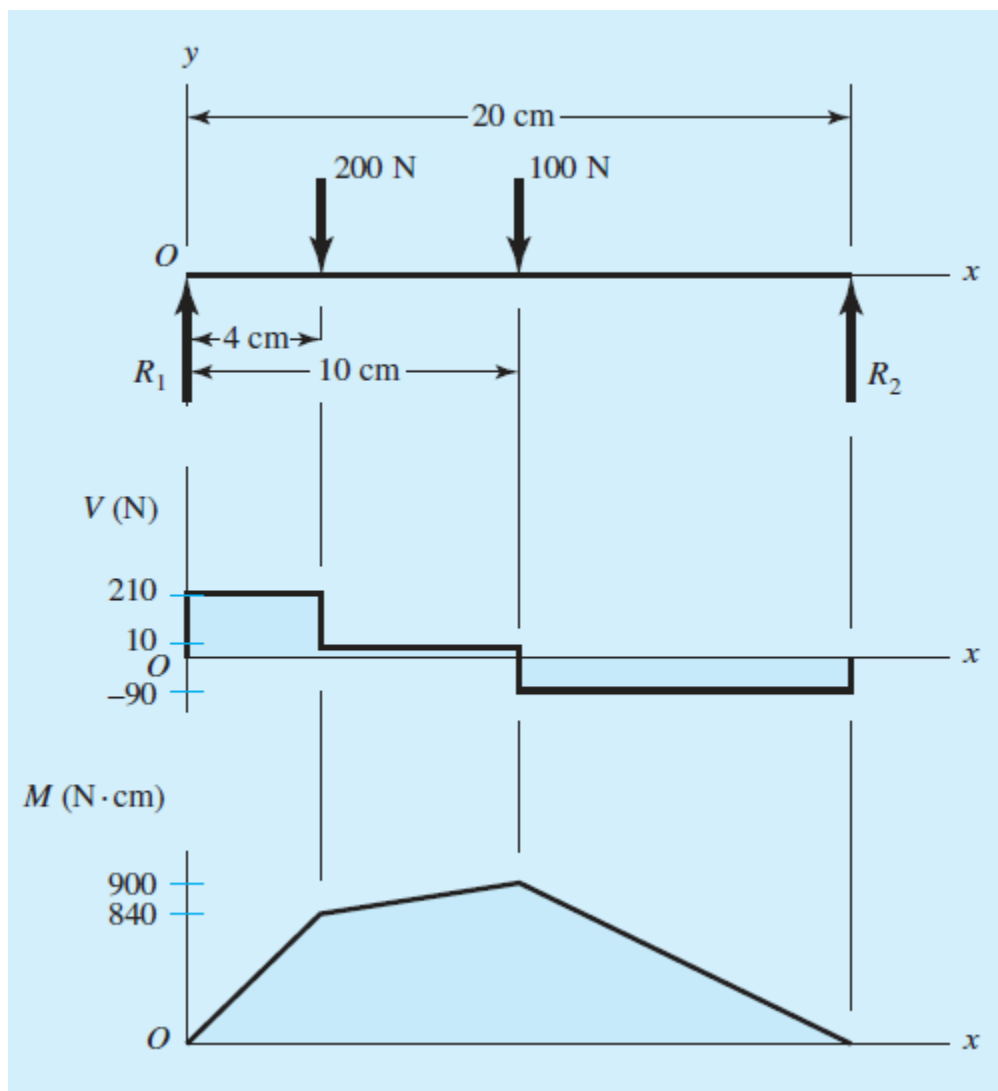


نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

تحلیل نیرو و تنش

$$R_1 = 210$$

$$R_2 = 90$$



حاصل شده
مغزدار محاسبات
خمشی نیاز
داریم
علامت آن هم
مهم نیست

نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

تحلیل نیرو و تنش

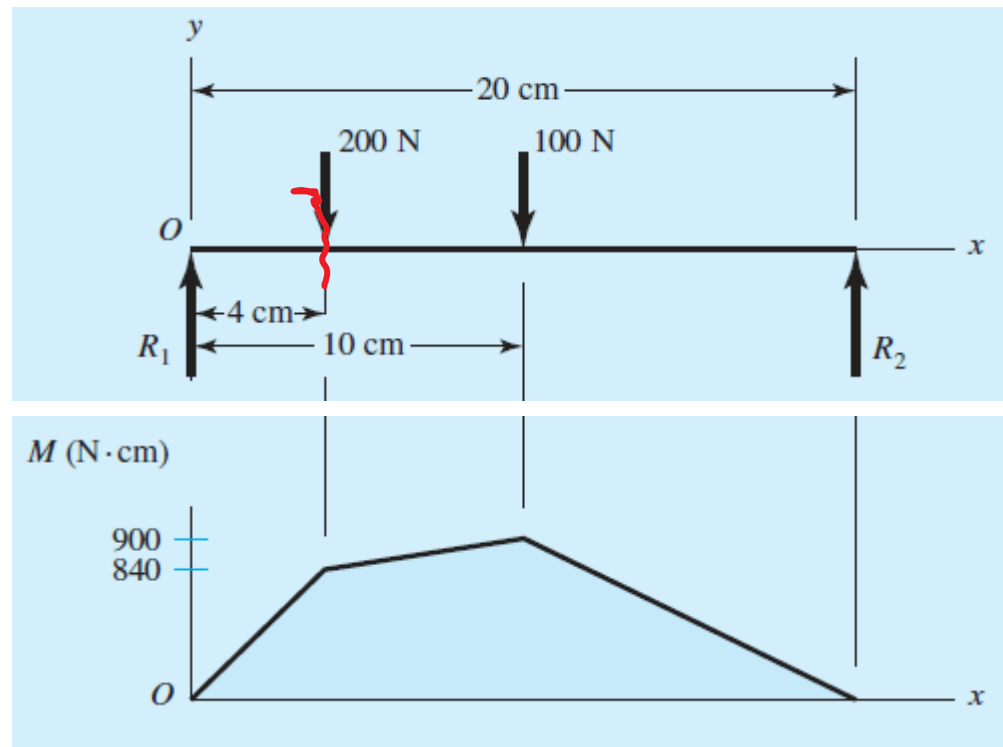
$$R_1 = 210$$

$$R_2 = 90$$

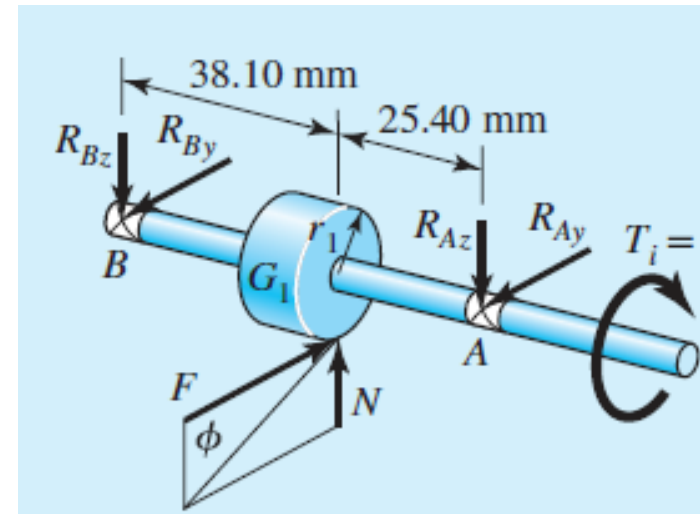
$$R_1 \times 4 = R_2 \times 16 - 100 \times 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 210 \times 4 = 840 \end{array} \right.$$

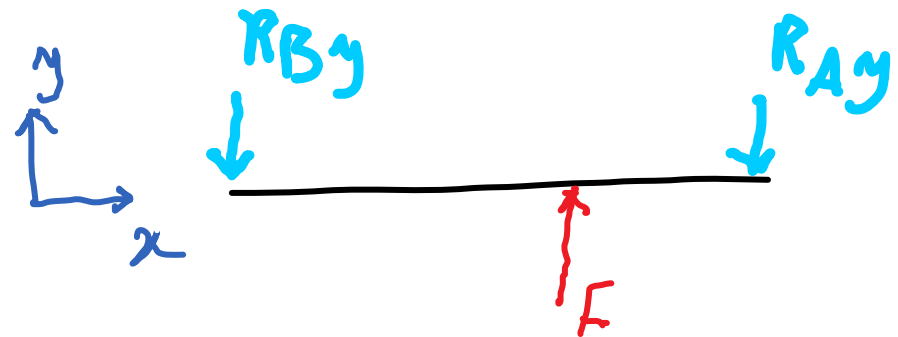
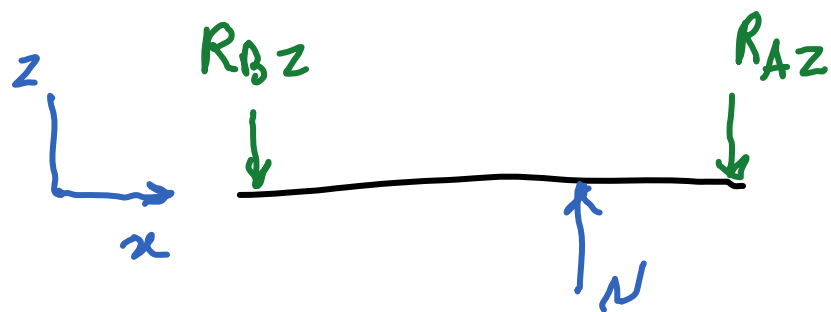
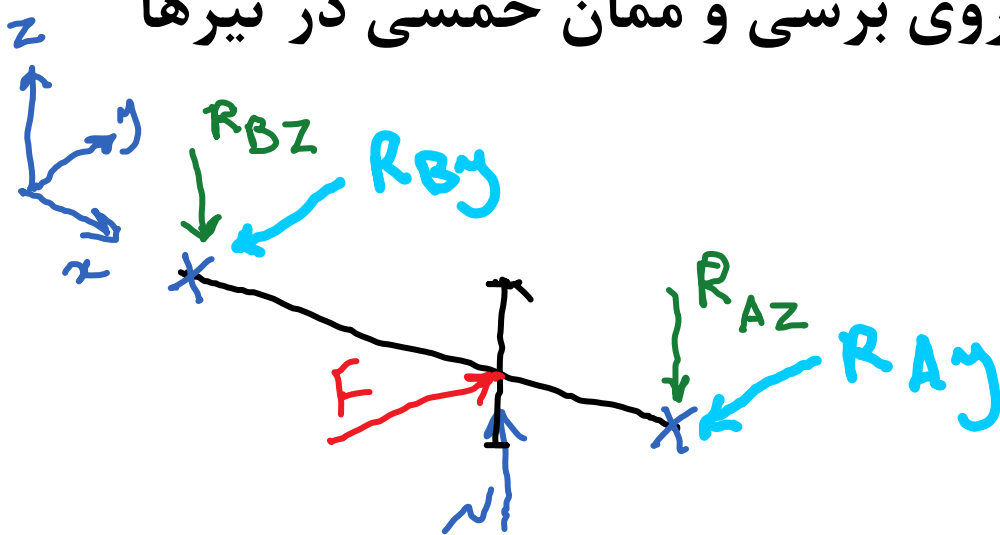
$$\left\{ \begin{array}{l} 90 \times 16 - 100 \times 6 = 840 \end{array} \right.$$



تحلیل نیرو و تنش

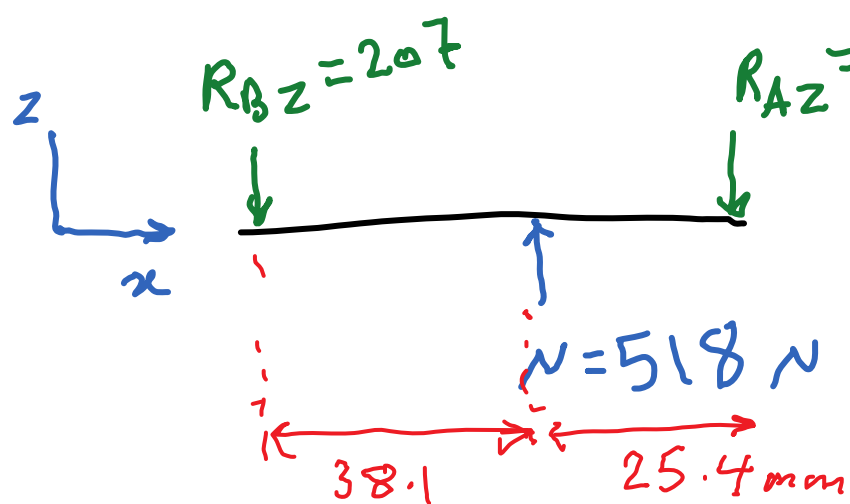


نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها



نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

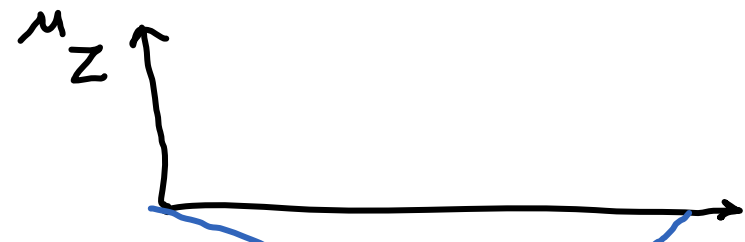
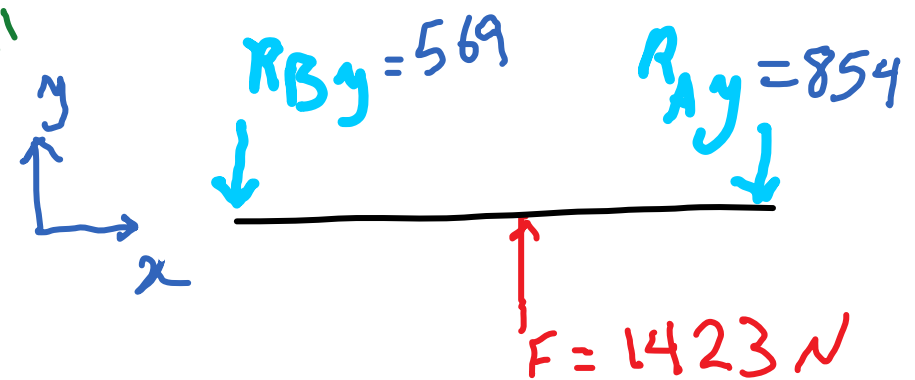
تحلیل نیرو و تنش



$$7887 \dots \dots \dots$$

$$207 \times 38.1 = 7887$$

$$311 \times 25.4 = 7887$$

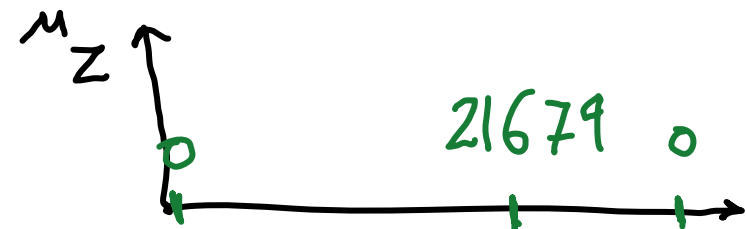
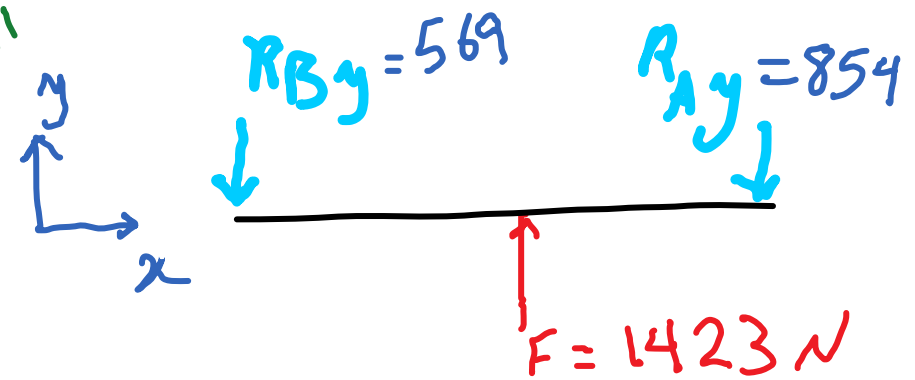
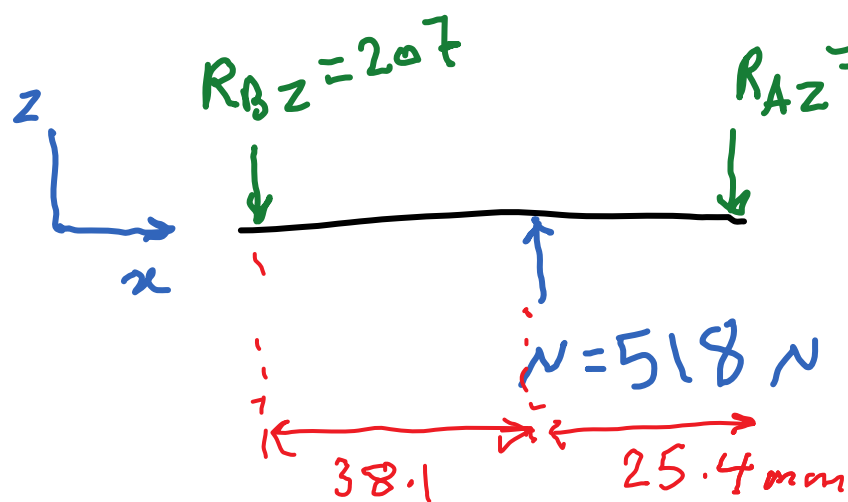


$$21679 \dots \dots \dots$$

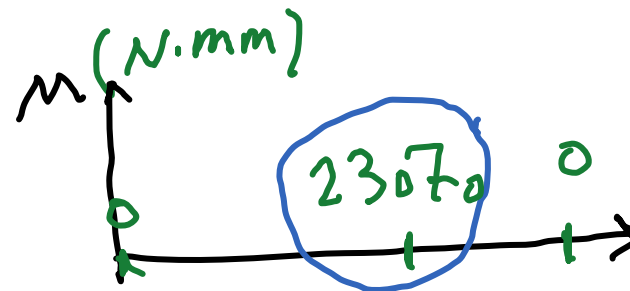
$$569 \times 38.1 = 21679$$

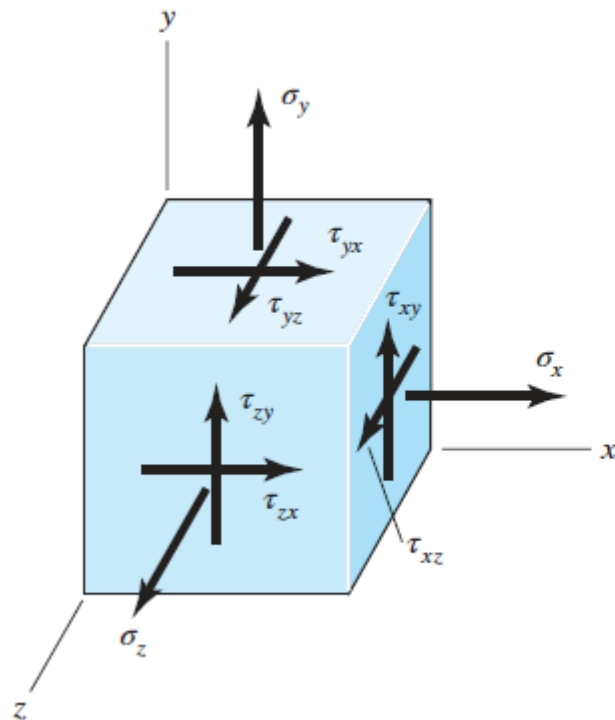
نیروی برشی و ممان خمشی در تیرها

تحلیل نیرو و تنش

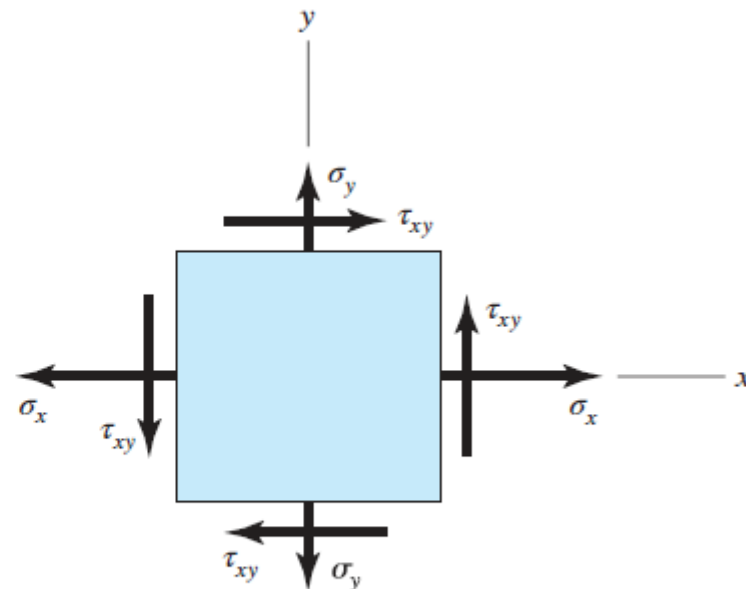


$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \Rightarrow$$

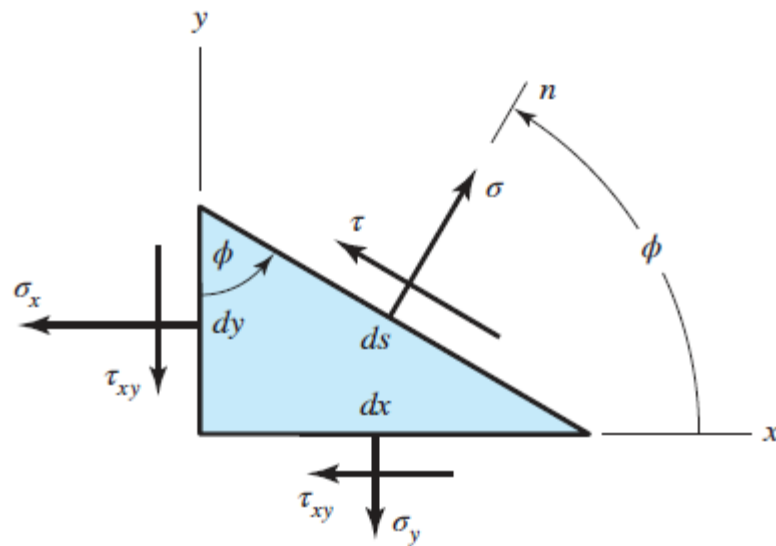




المان تنش سه بعدی



المان تنش صفحه ای



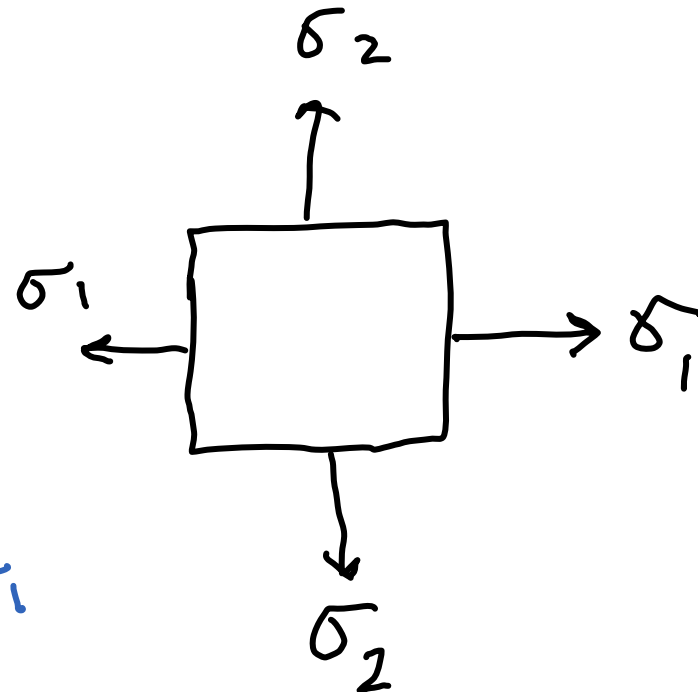
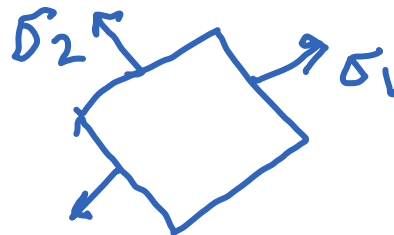
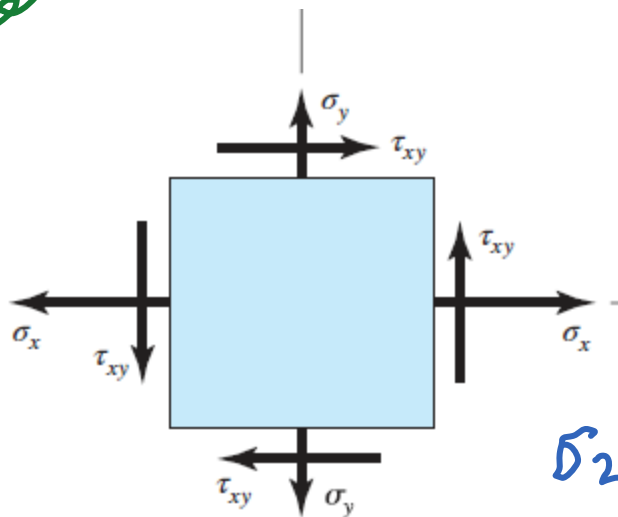
$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

رابطه تنشهای اصلی

محور اصلی

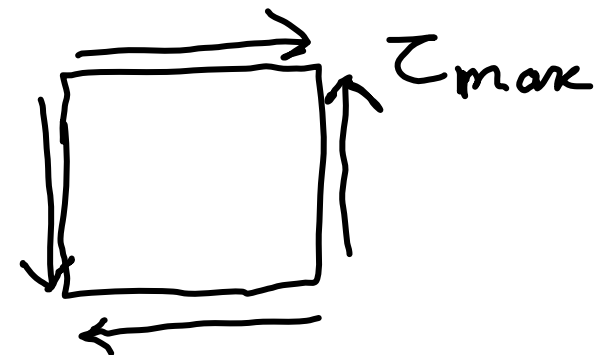
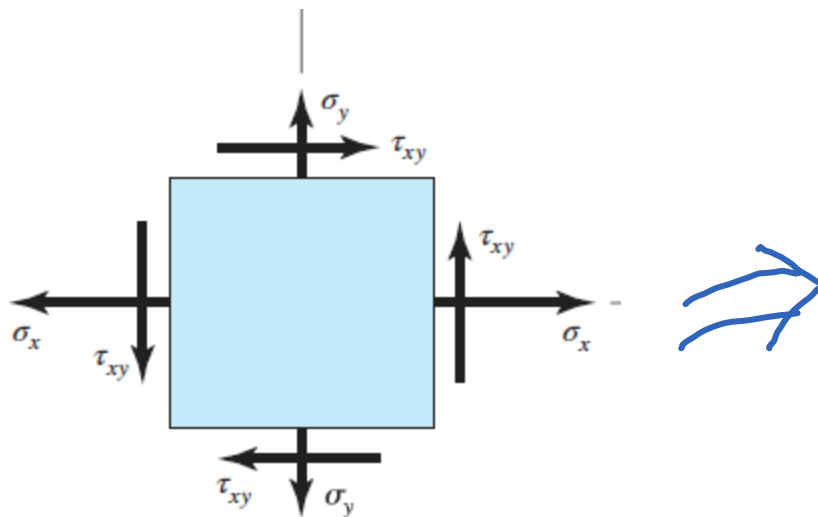


تنشهای اصلی و دایره مور

تحلیل نیرو و تنش

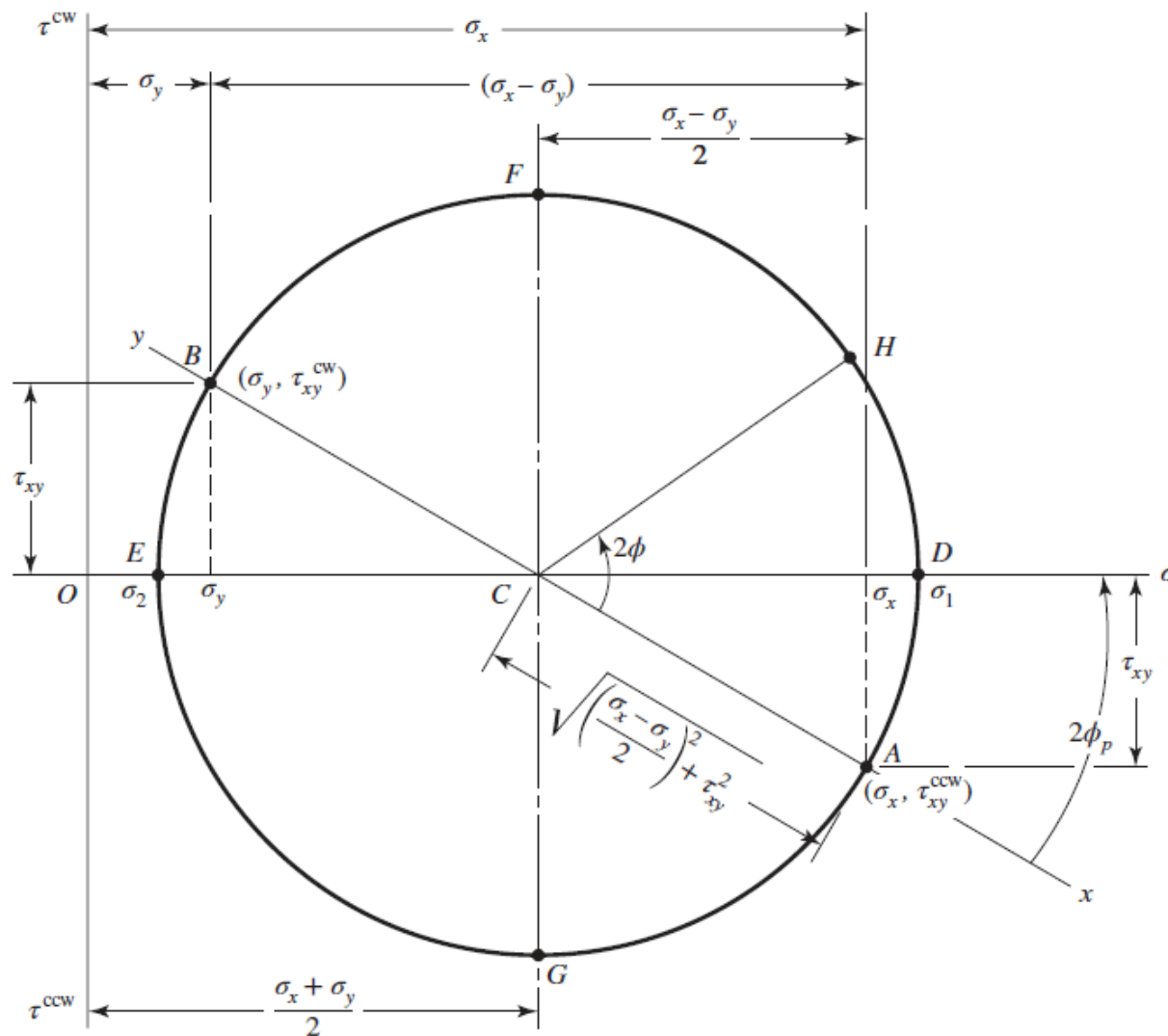
$$\tau_1, \tau_2 = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \tau_{max}$$

رابطه تنش برشی ماکزیمم



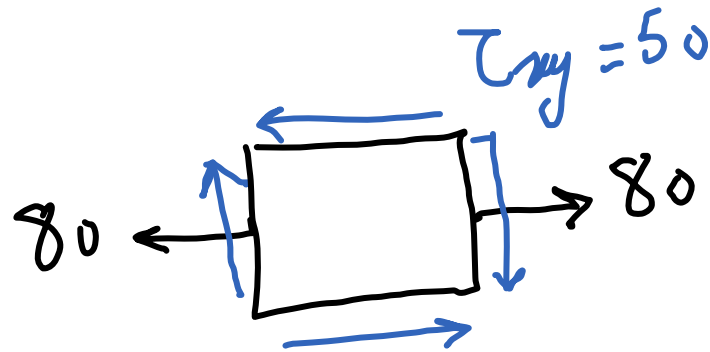
تنشهای اصلی و دایره مور

تحلیل نیرو و تنش



تنشهای اصلی و دایره مور

تحلیل نیرو و تنش



مثال:

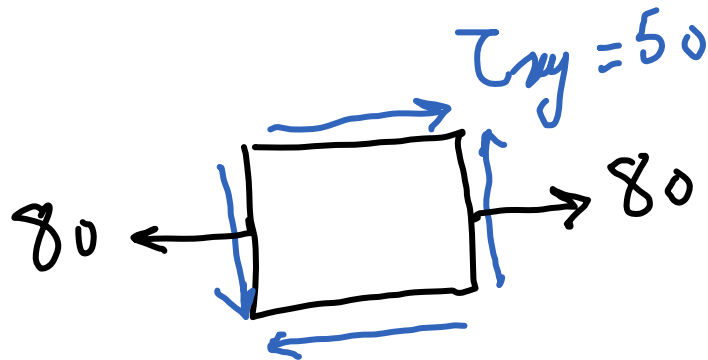
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = 80 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 0 \\ \tau_{xy} = 50 \text{ cw} \end{array} \right.$$

علامت مهم نیست
علامت مهم نیست
مهم نیست

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{80 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{80 - 0}{2}\right)^2 + 50^2} = 40 \pm 64 = \begin{cases} 104 \\ -24 \end{cases}$$

مثال :



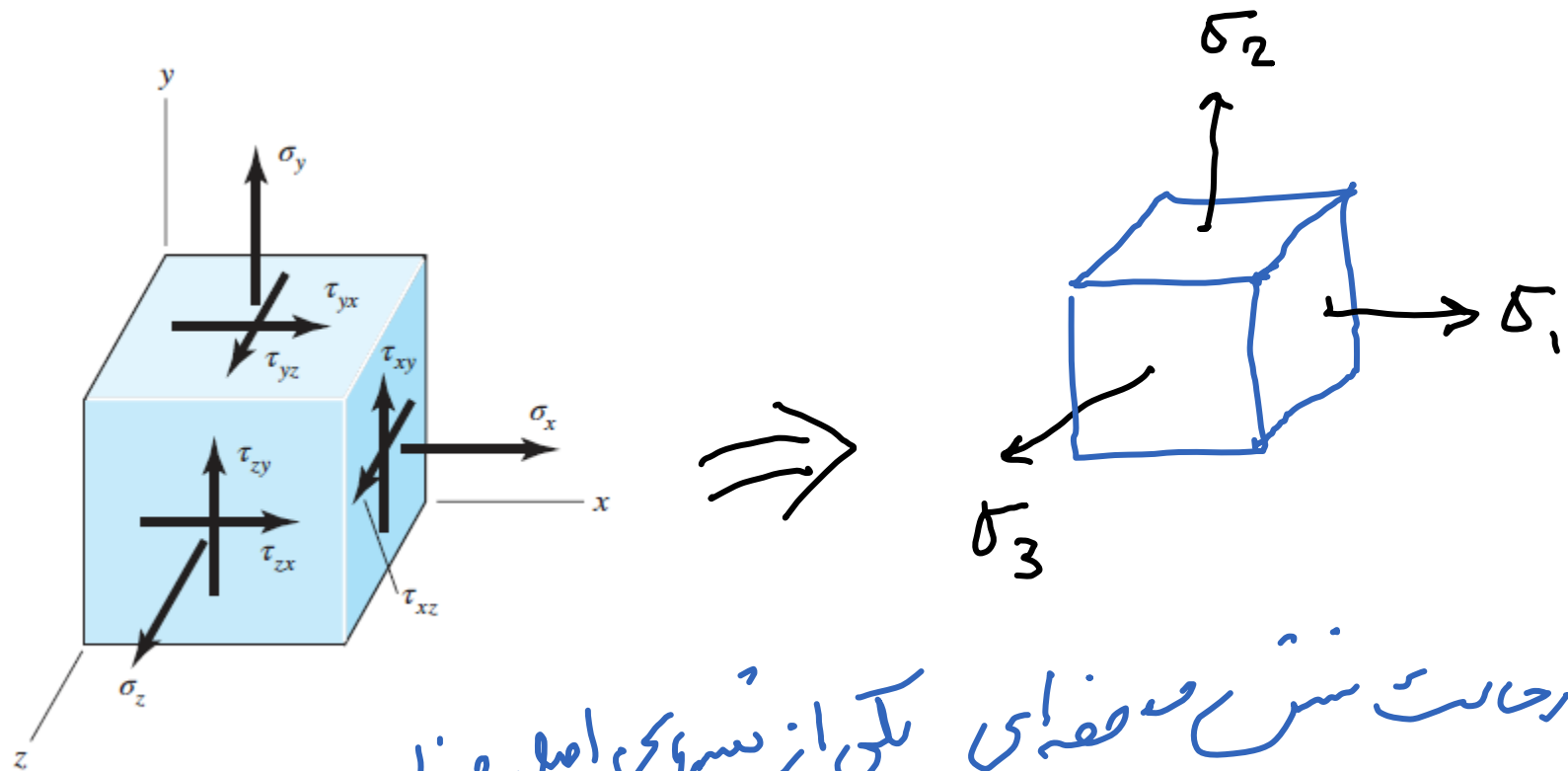
$$\begin{cases} \sigma_x = 80 \text{ MPa} \\ \sigma_y = 0 \\ \tau_{xy} = 50 \text{ CCW} \end{cases}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{80 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{80 - 0}{2}\right)^2 + 50^2} = 40 \pm 64 = \begin{cases} 104 \\ -24 \end{cases}$$

تنشهای اصلی در حالت سه بعدی

تحلیل نیرو و تنش

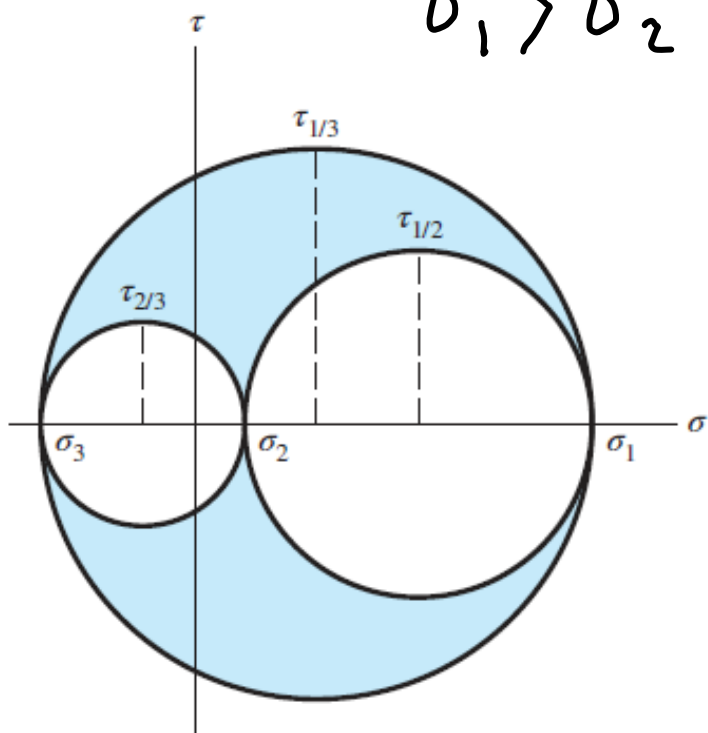


در حالت تنش و ضعیفای یک از تنشهای اصلی می توان

تحلیل نیرو و تنش تنشهای اصلی در حالت سه بعدی

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0$$

ریشه های این معادله، تنشهای اصلی می باشند.
 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$



$$\tau_{1,2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

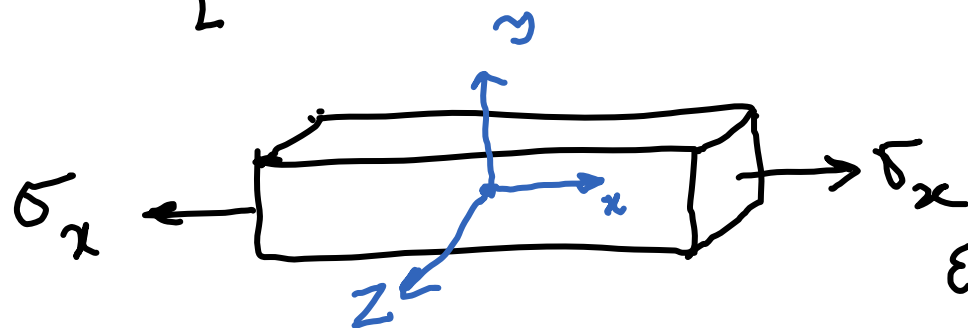
$$\tau_{2,3} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{1,3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad \leftarrow \tau_{max}$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

کرنش الاستیک

تحلیل نیرو و تنش



$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x$$

$$\text{for } \sigma_x \Rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}, \quad \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E}, \quad \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

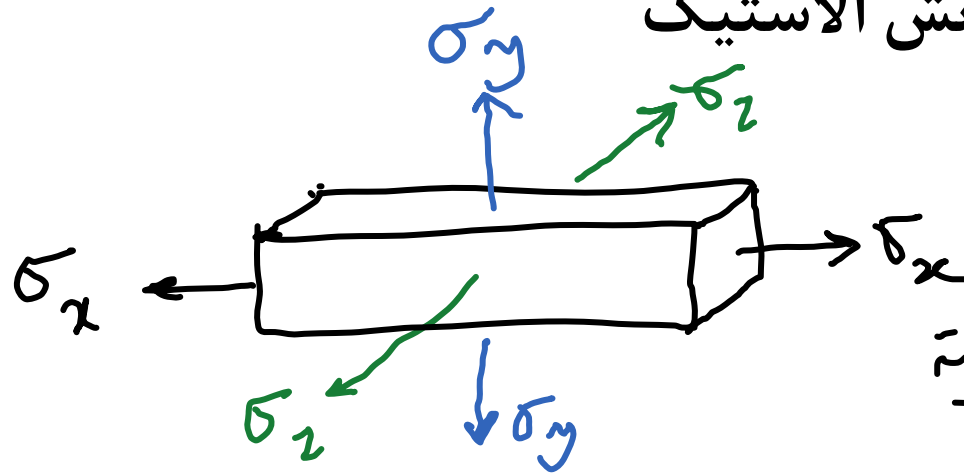
$$\text{for } \sigma_y \Rightarrow \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}, \quad \varepsilon_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E}, \quad \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\text{for } \sigma_z \Rightarrow \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}, \quad \varepsilon_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E}, \quad \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z)$$

تحليل نیرو و تنش

کرنش الاستیک



E مدول یانگ یا مدول الاستیسیته

ν ضریب پواسون

Poisson's ratio

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

له از جدول 4-5 برای
مواد مختلف داده شده است

انواع تنشها

تحلیل نیرو و تنش

جلب تنش

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\tau = \frac{F}{A}$$

تنش محوری یکپارچگی

تنش برشی خالص یکپارچگی

تنش عمودی ناشی از خمش در تیرها

تنش برشی ~ ~ ~ ~ ~

تنش برشی ناشی از دبیجس در تیرها

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

$$\tau = \frac{TC}{J}$$

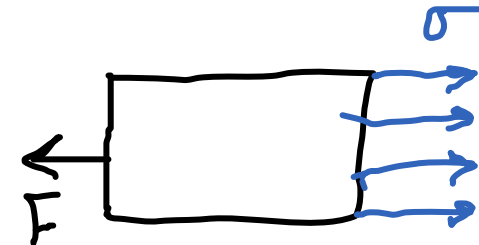
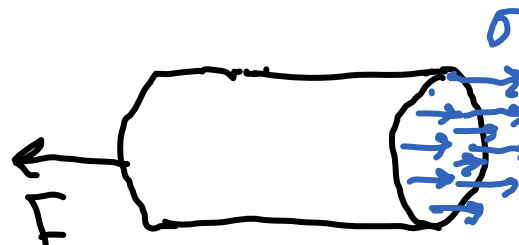
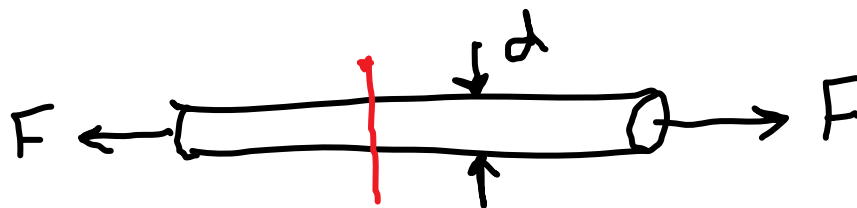
انواع تنشها

تحلیل نیرو و تنش

تنش محوری یکساخت

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

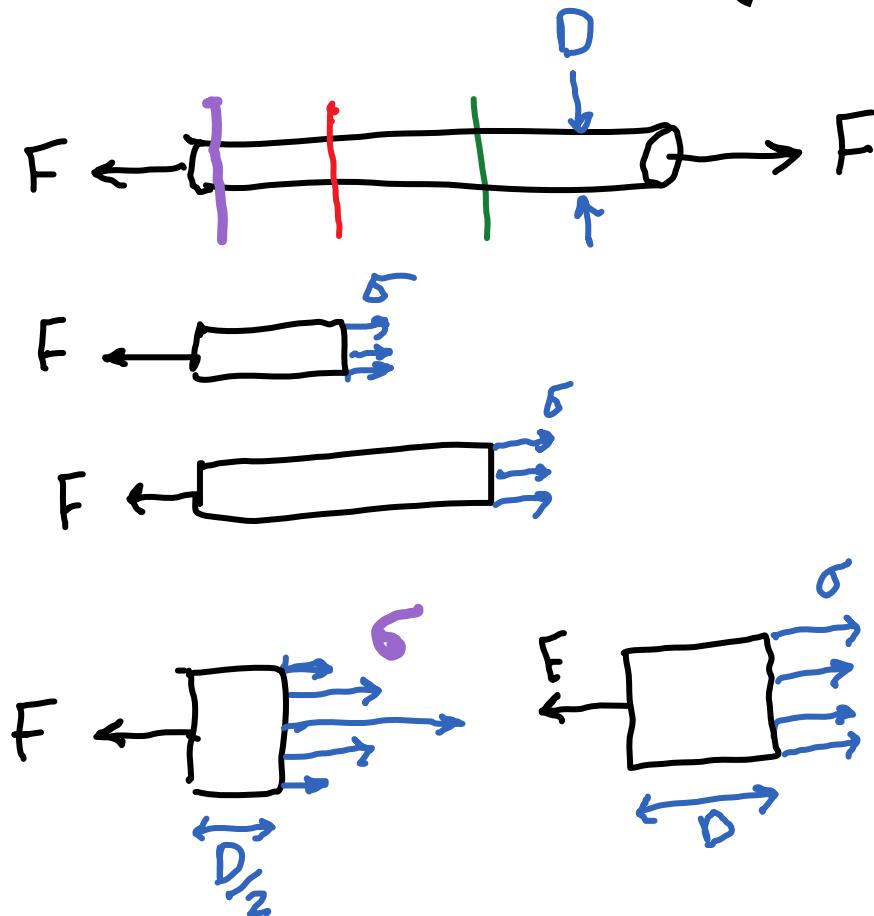
$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$



$$\sigma = \frac{F \text{ (N)}}{A \text{ (m}^2\text{)}} \Rightarrow \sigma \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) = \text{Pa}$$

انواع تنشها

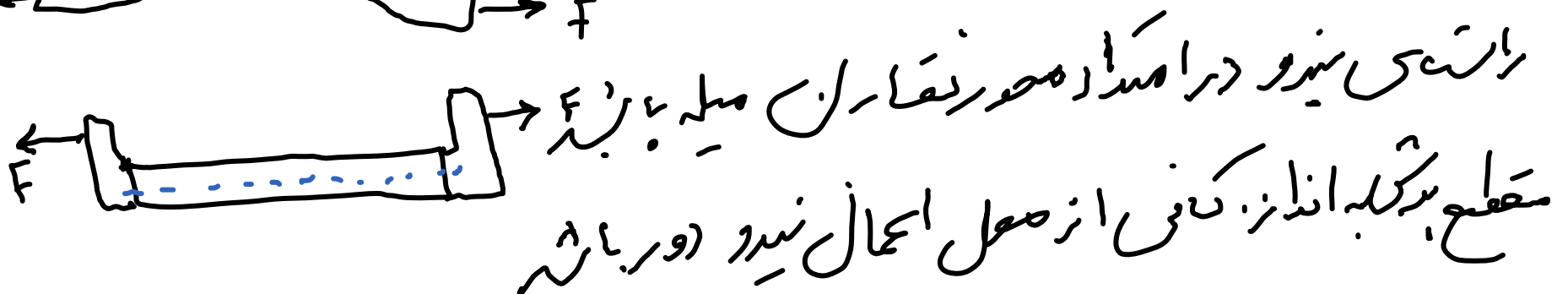
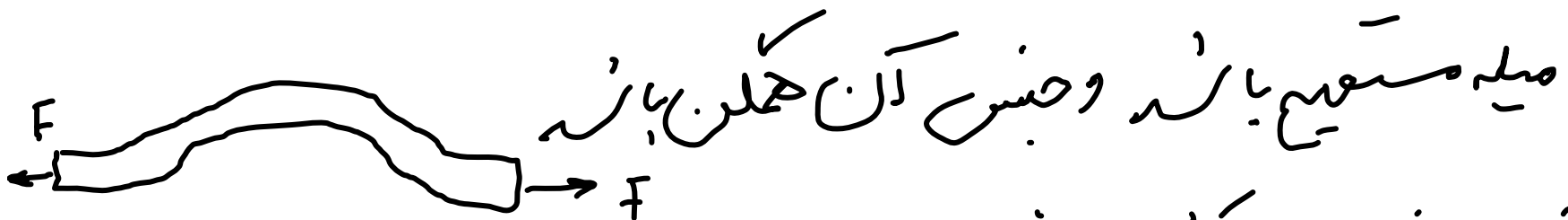
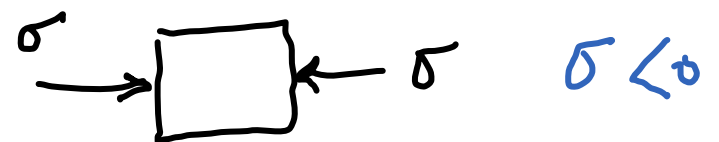
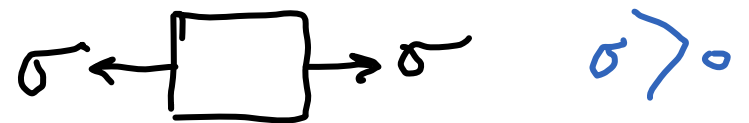
تحلیل نیرو و تنش



اگر نیرو نقطه ای باشد درجه اول است
 احتمال نیرو تنش غیر یکنواخت است
 اگر به اندازه قطر یا عرض برابر
 محل احتمال نیرو دور نهم تنش
 یکنواخت می شود

انواع تنشها

تحلیل نیرو و تنش



انواع تنشها

تحليل نیرو و تنش



فصل: $F = 2000 \text{ N}$
 $d = 15 \text{ mm}$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \times 2000}{3.14 \times (15 \times 10^{-3})^2}$$

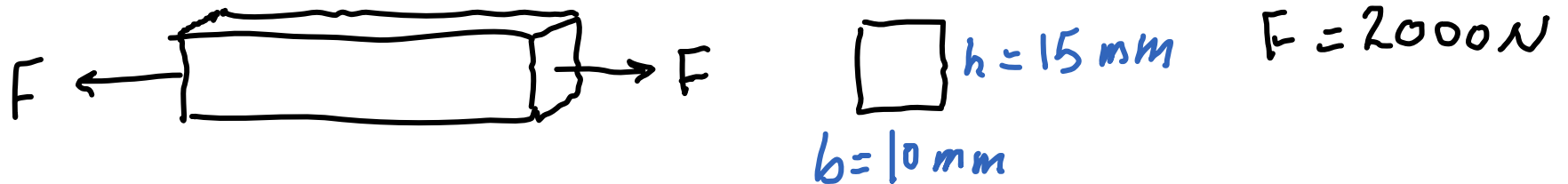
$$= \frac{4 \times 2000}{3.14 \times 15^2 \times 10^{-6}} = 11.3 \times 10^6 \text{ Pa} = 11.3 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$$

مستطیل

انواع تنشها

تحلیل نیرو و تنش



$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{bh} = \frac{2000}{15 \times 10 \times 10^{-6}} = 13.3 \text{ MPa}$$

انواع تنشها

تحلیل نیرو و تنش

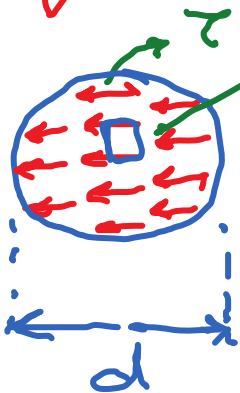
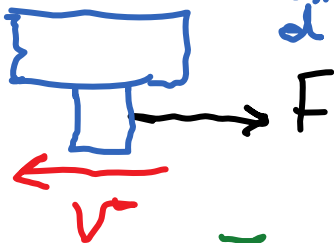
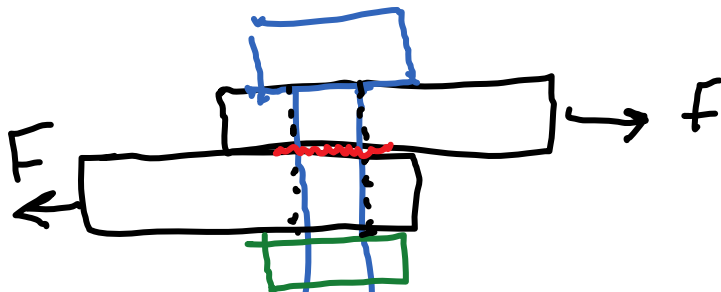
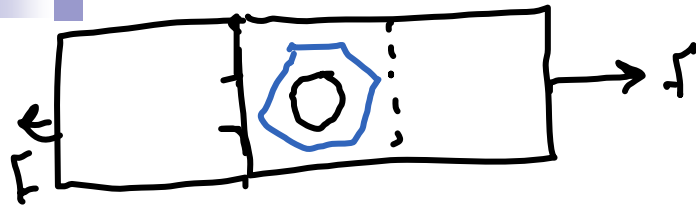
تنش برشی خالص (مستقیم)

ناشی از فشرده شدن

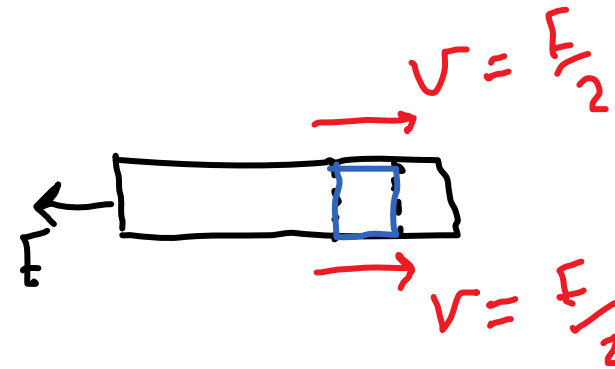
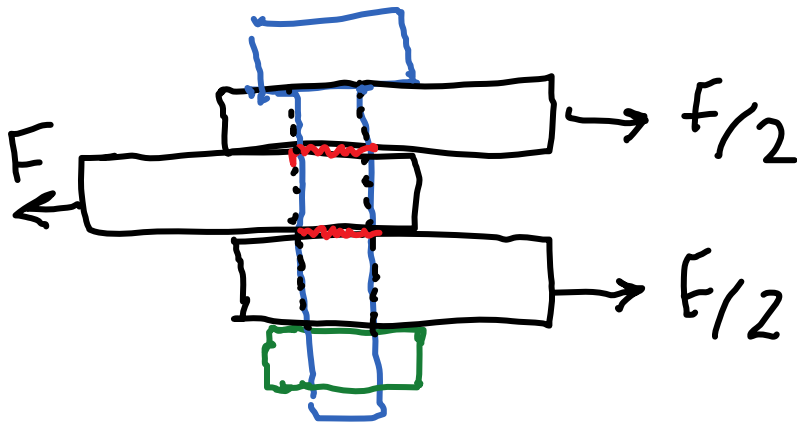
$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

d قطر پیچ

تنش برشی کاملاً یکنواخت نیست و در محل نقطه اثر نیرو مقدار آن بیشترین است ولی ما یکنواخت فرض می کنیم



تحليل نیرو و تنش تنش برشی خالص (مستقیم) انواع تنشها



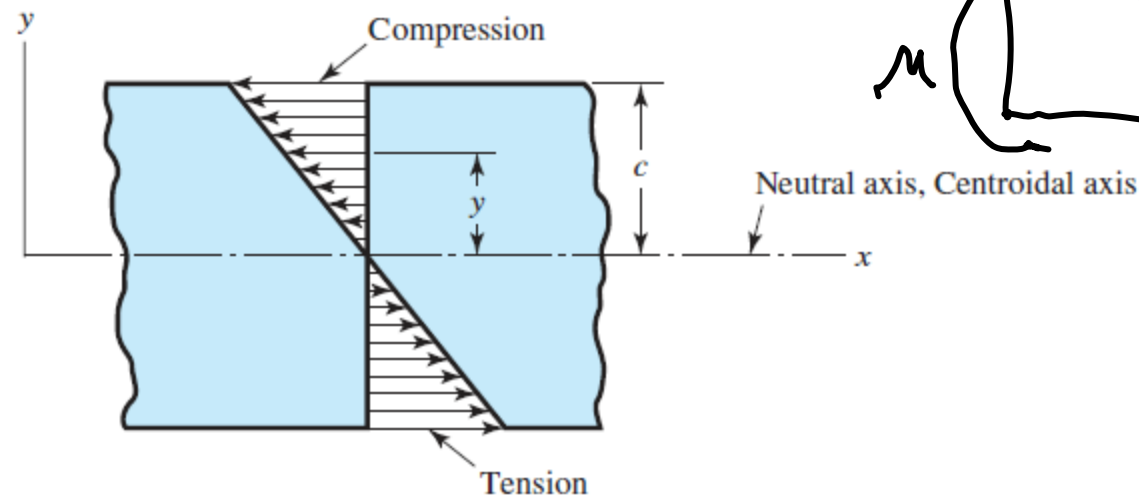
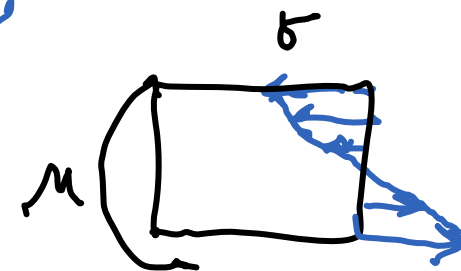
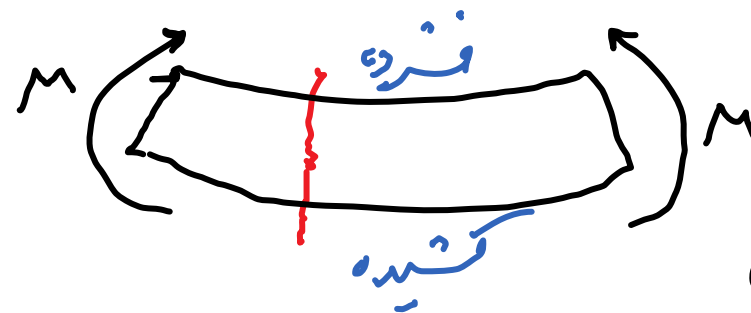
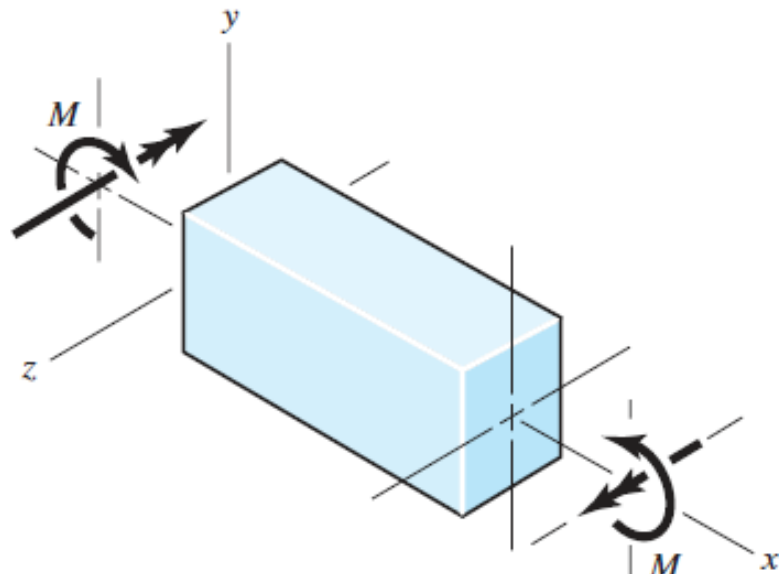
$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{F/2}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2F}{\pi d^2}$$

$$\hookrightarrow \tau = \frac{F}{2A} = \frac{2F}{\pi d^2}$$

تحلیل نیرو و تنش

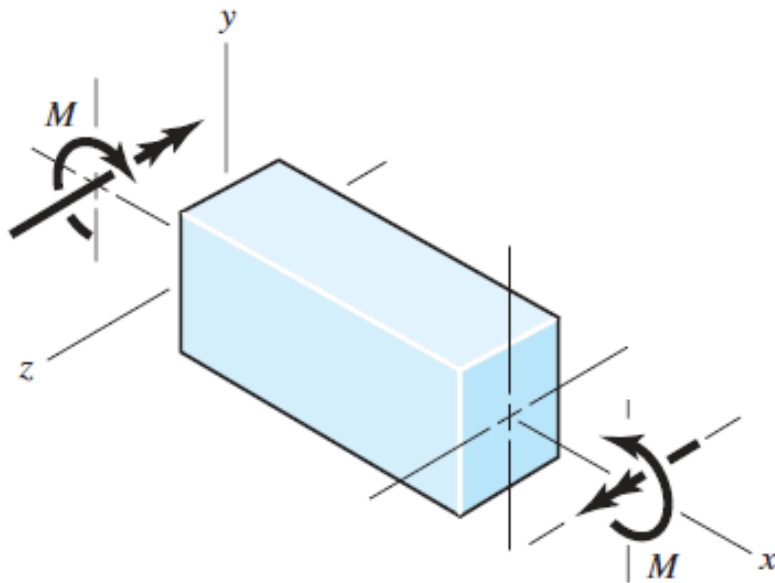
انواع تنشها

تنش محوری ناشی از ضربه

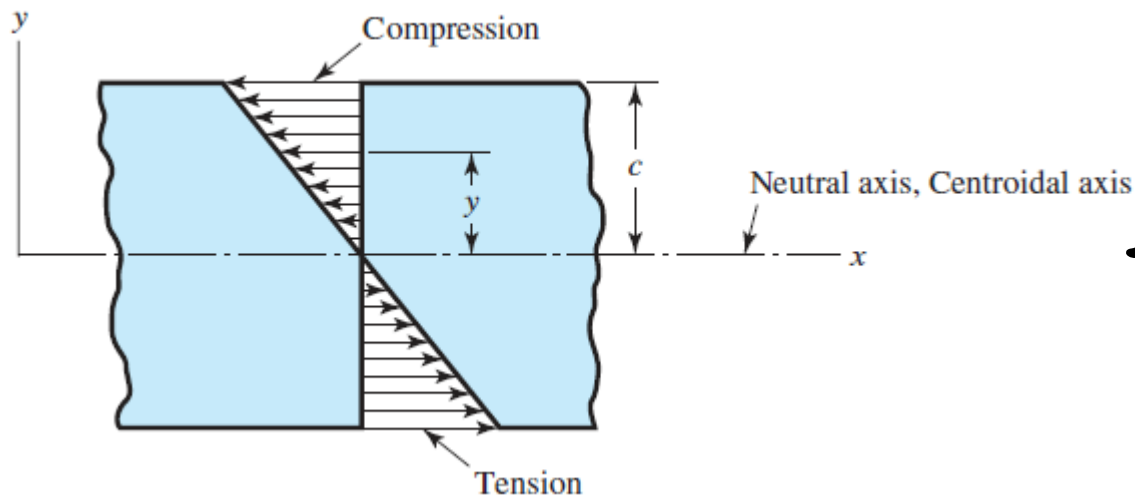


تحلیل نیرو و تنش انواع تندر

تنش بکوردی ناشی از ضرس



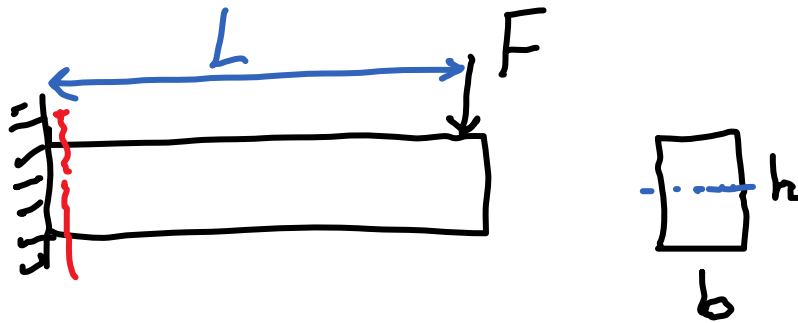
$$\sigma_x = -\frac{My}{I}$$



$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

second area I
moment
مکان سطح دوم

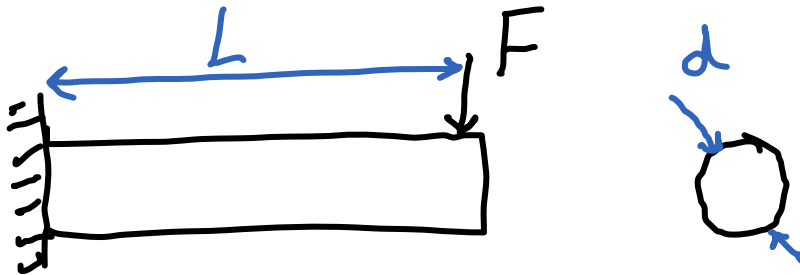
تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش عمودی ناشی از خمش



$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I} = \frac{\overset{M}{\textcircled{FL}} \frac{h}{2}}{b \frac{h^3}{12}} = \frac{6FL}{h^2}$$

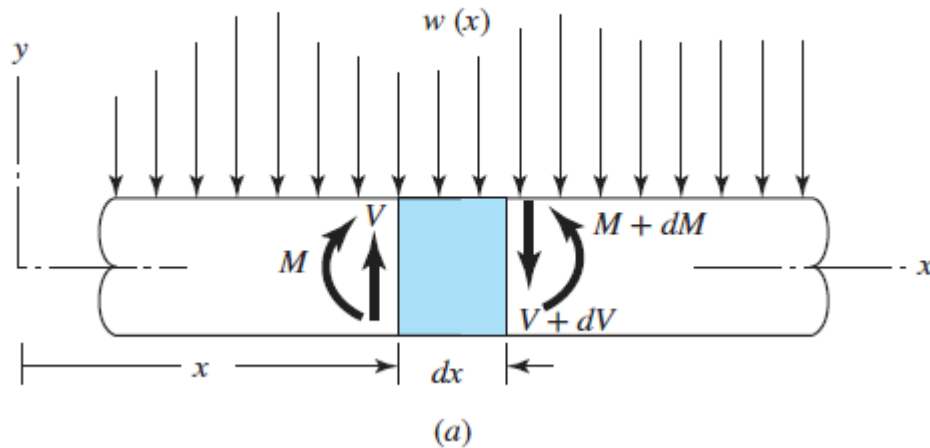
I از جدول A-18

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش عمودی ناشی از خمش



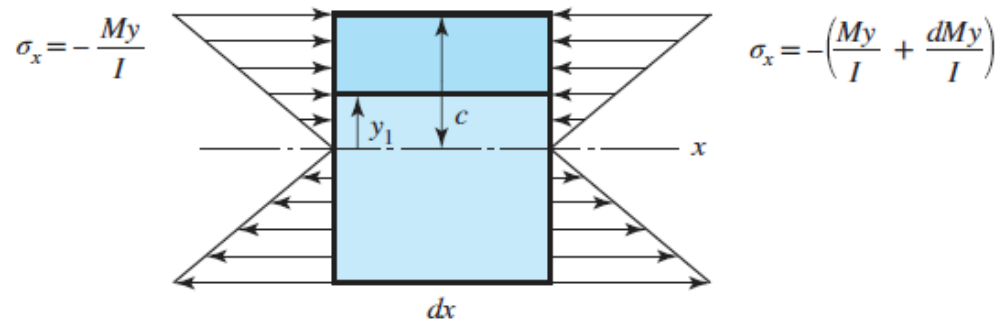
$$\sigma_{max} = \frac{MC}{I} = \frac{FL \cdot d/2}{\frac{\pi d^4}{64}} = \frac{32 FL}{\pi d^3}$$

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش برشی ناشی از خمش



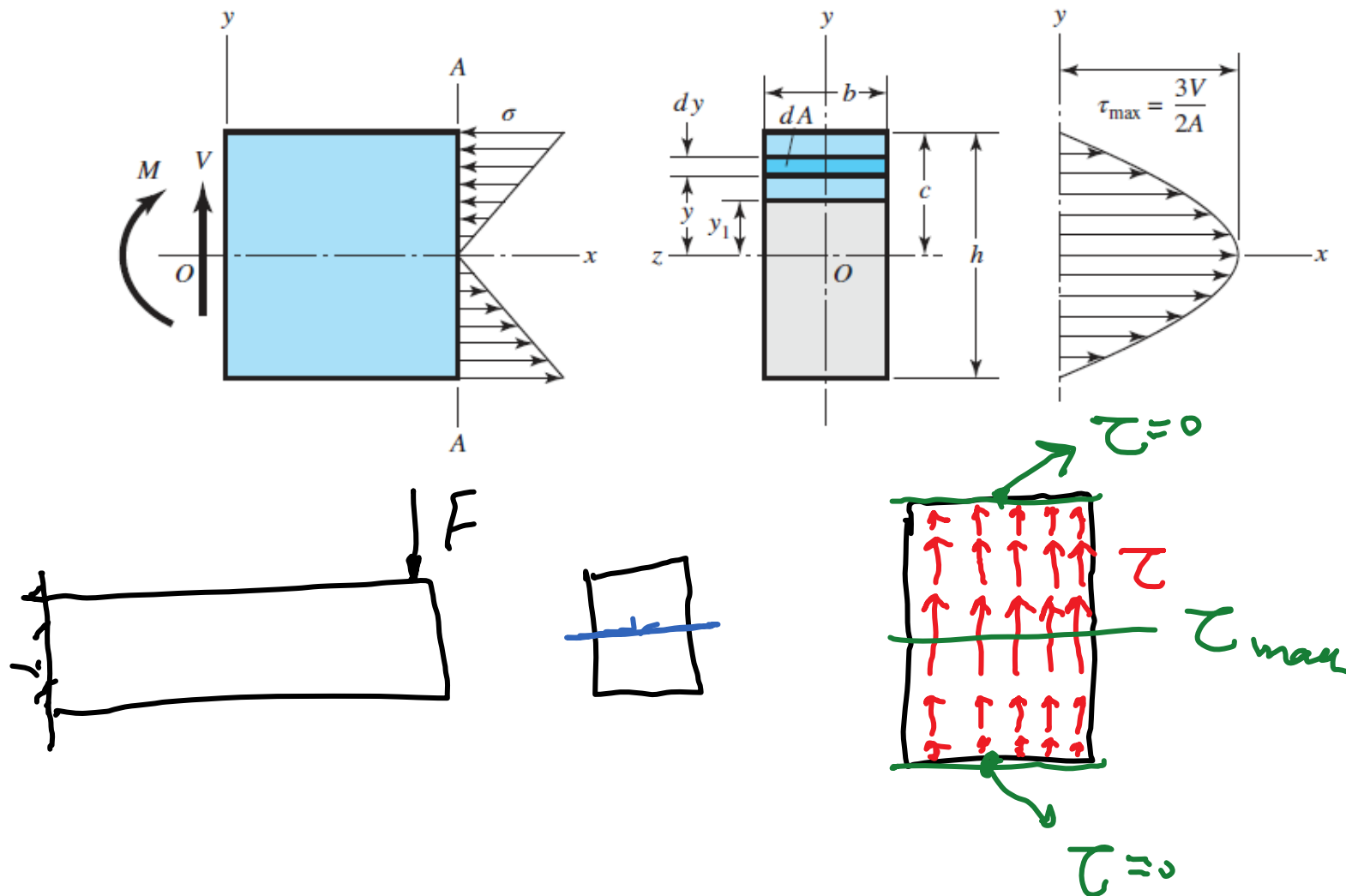
$$\tau = \frac{V}{Ib} \int_{y_1}^c y dA$$

$$Q = \int_{y_1}^c y dA = \bar{y}' A'$$



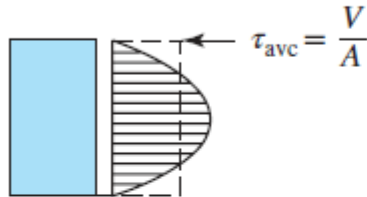
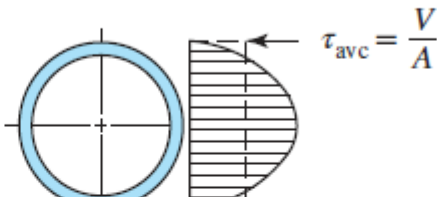
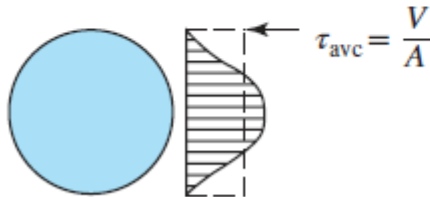
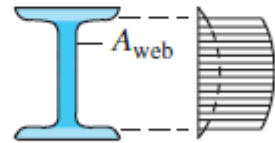
$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش برشی ناشی از خمش

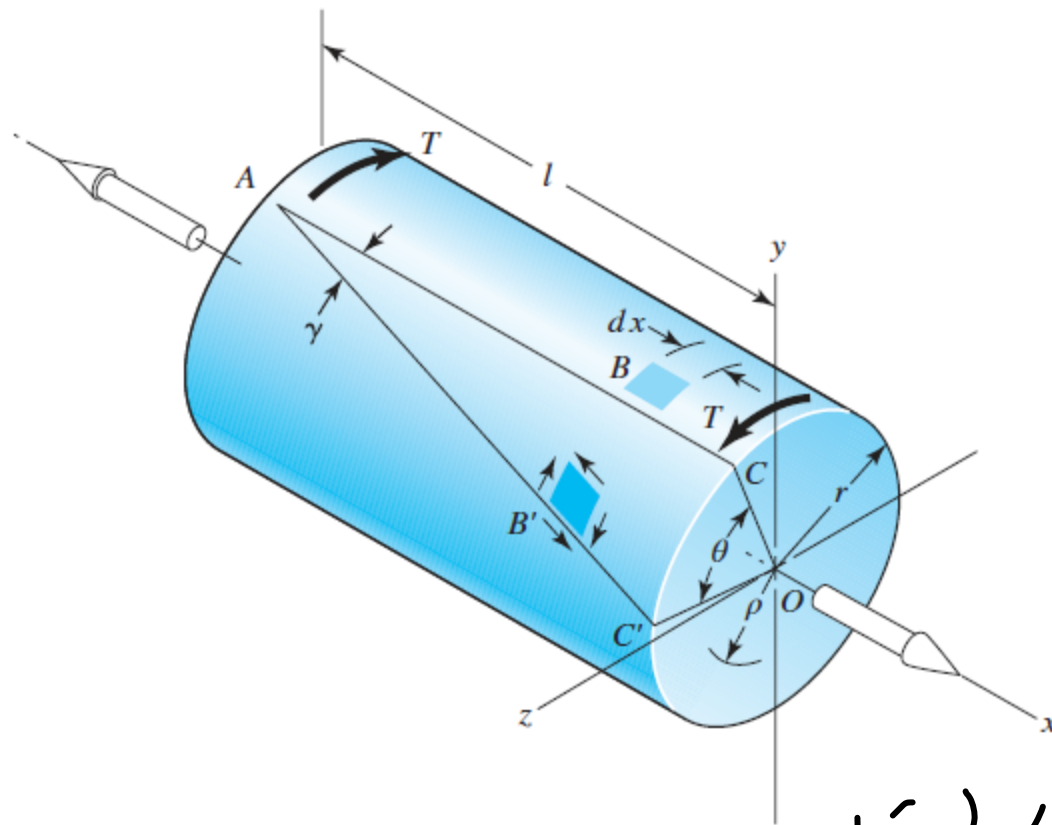


تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش عمودی ناشی از خمش

Table 3–2 Formulas for Maximum Transverse Shear Stress from VQ/Ib

Beam Shape	Formula	Beam Shape	Formula
 Rectangular	$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$	 Hollow, thin-walled round	$\tau_{\max} = \frac{2V}{A}$
 Circular	$\tau_{\max} = \frac{4V}{3A}$	 Structural I beam (thin-walled)	$\tau_{\max} \approx \frac{V}{A_{\text{web}}}$

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش برشی ناشی از پیچش



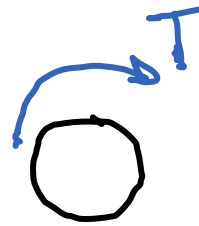
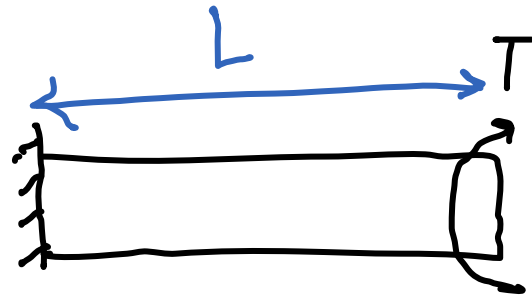
$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

مومن سطح قطعی

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش برشی ناشی از پیچش



$$\theta = \frac{TL}{GJ}$$

θ زاویه پیچش انتهای میل

T = torque

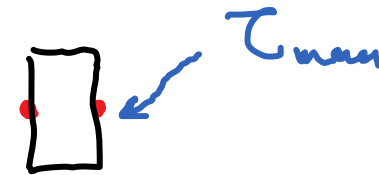
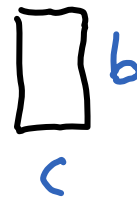
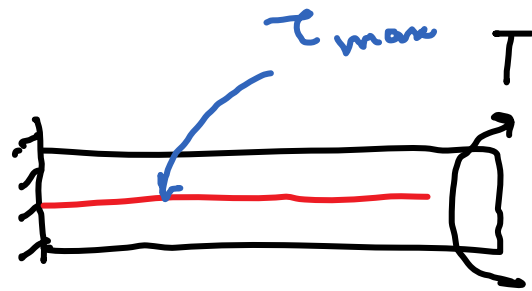
l = length

G = modulus of rigidity

J = polar second moment of area

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش برشی ناشی از پیچش

رطع مقطع مستطیلی

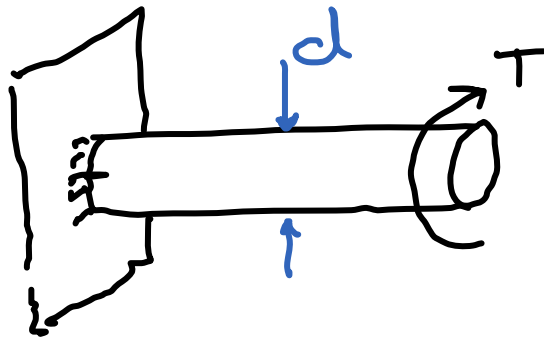


$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha b c^2} \approx \frac{T}{b c^2} \left(3 + \frac{1.8}{b/c} \right)$$

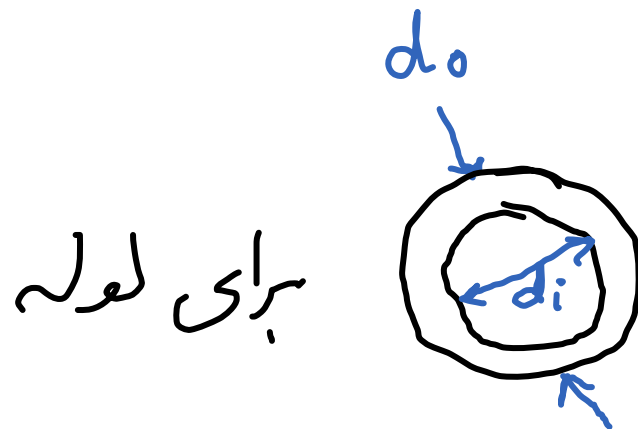
$\tau_{\max}$ در مساحت سیردنی وسطا قطع بلندتر (b)

b/c	1.00	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00	4.00	6.00	8.00	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.228	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها تنش برشی ناشی از پیچش



$$\tau_{max} = \frac{T C}{J} = \frac{T d/2}{\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16 T}{\pi d^3}$$

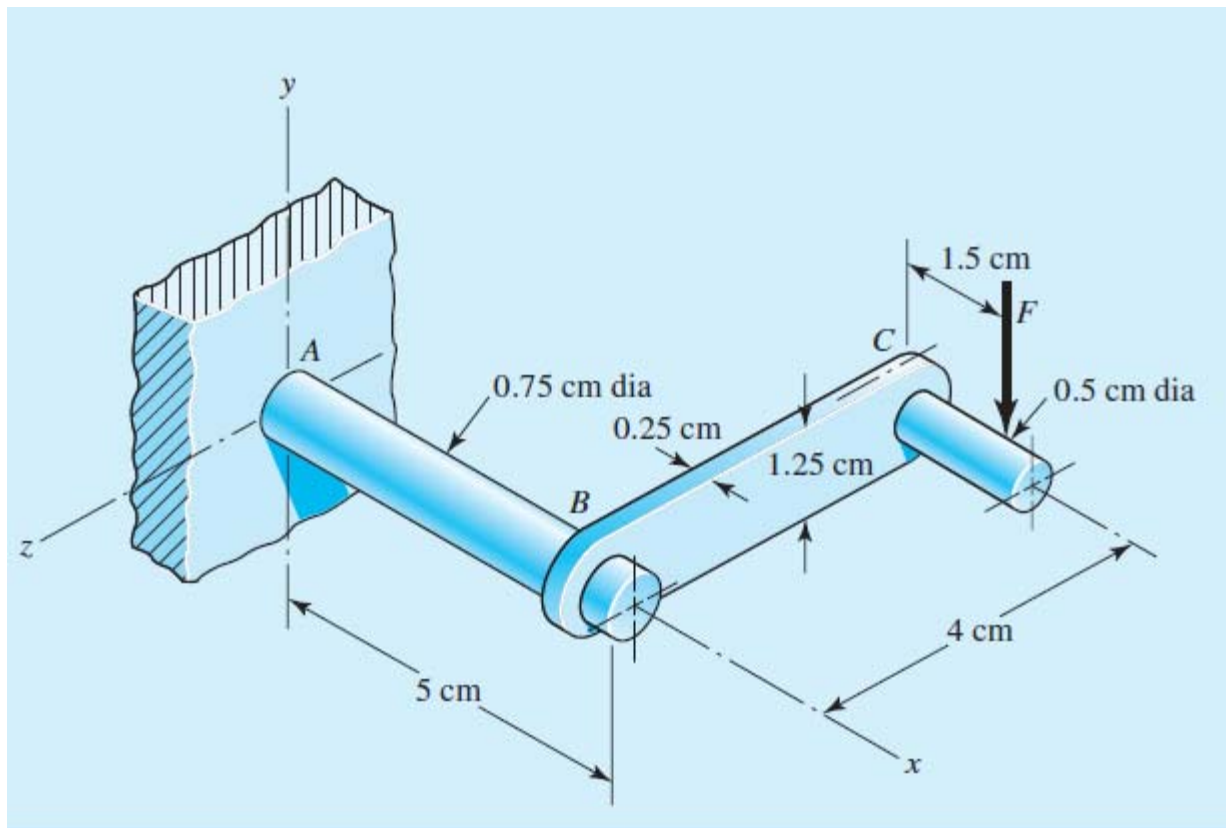


$$J = \frac{\pi}{32} (d_o^4 - d_i^4)$$

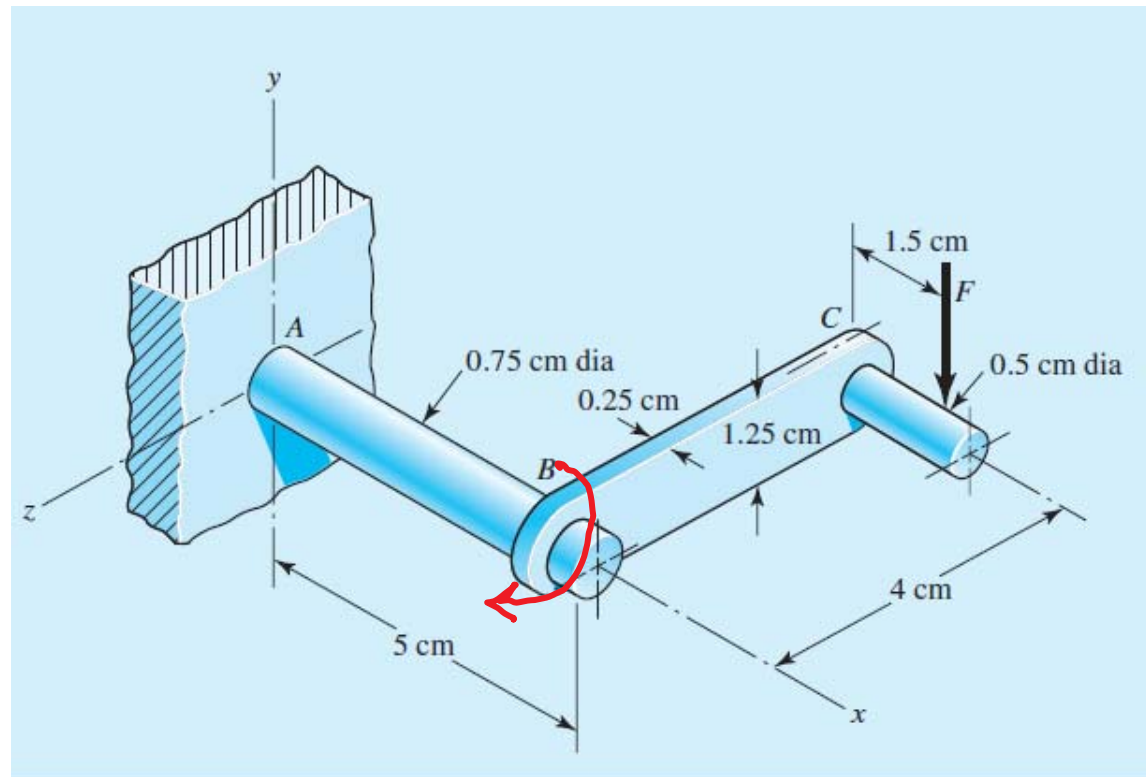
J از جدول A-18

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸

$F = 300 \text{ N}$ تنش را در نقطه A محاسب کنید



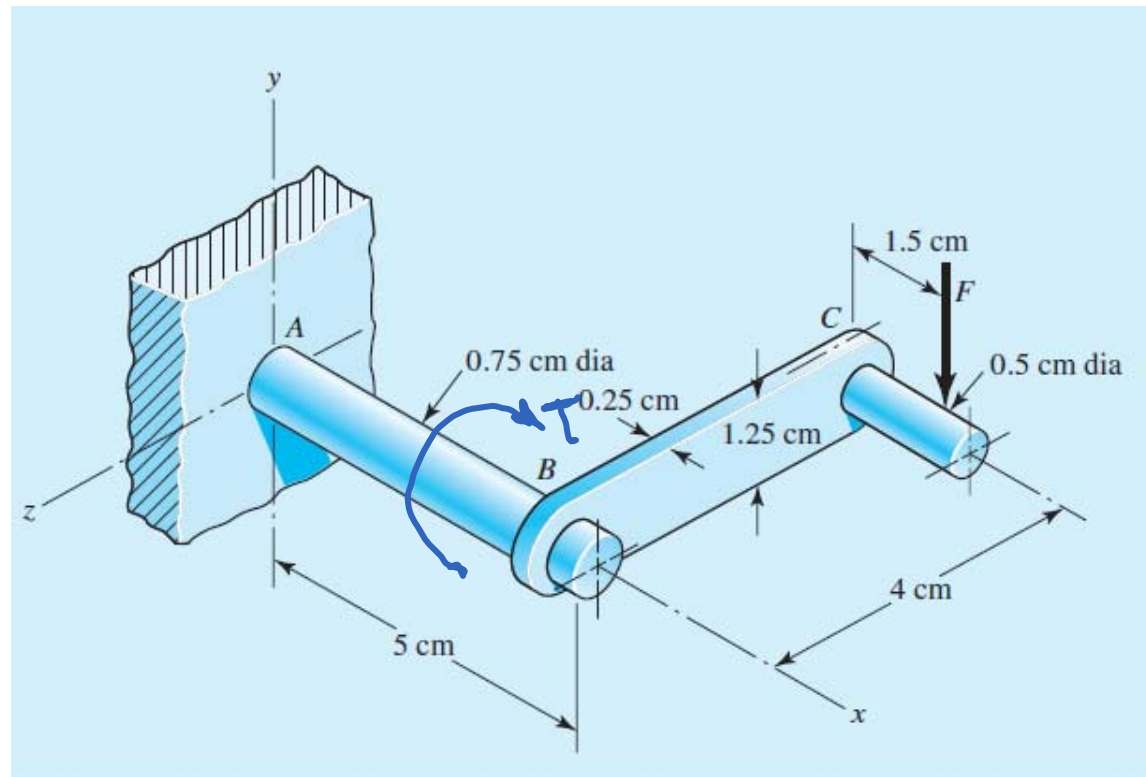
تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



$$M_A = F \times (1.5 + 5) \times 10^{-2} = 19.5 \text{ N.m}$$

گشتاور
حول محور Z
(فشار در A)

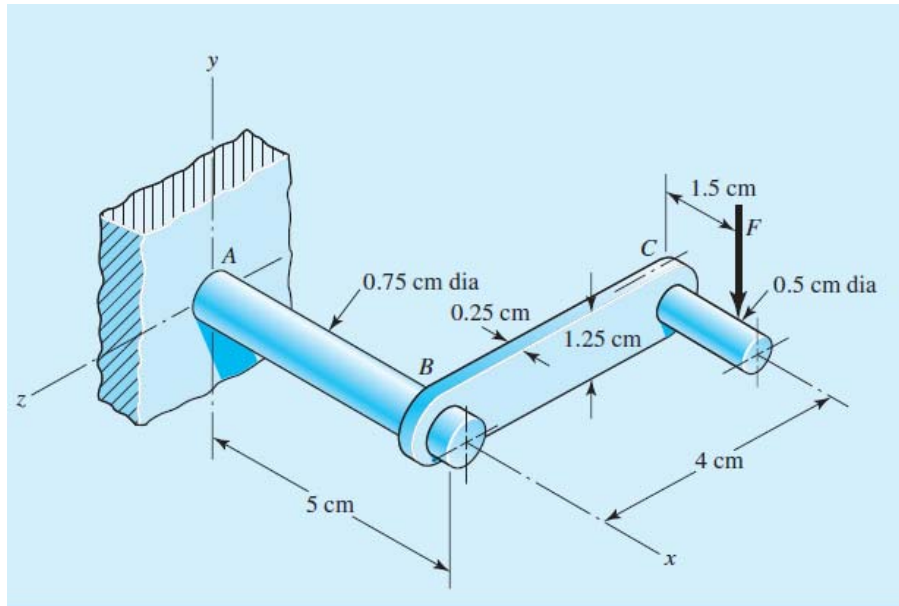
تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



$$T_A = F \times 4 \times 10^{-2} = 12 \text{ N.m}$$

گشتاور حول محور x
(پیچش در A)

تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸

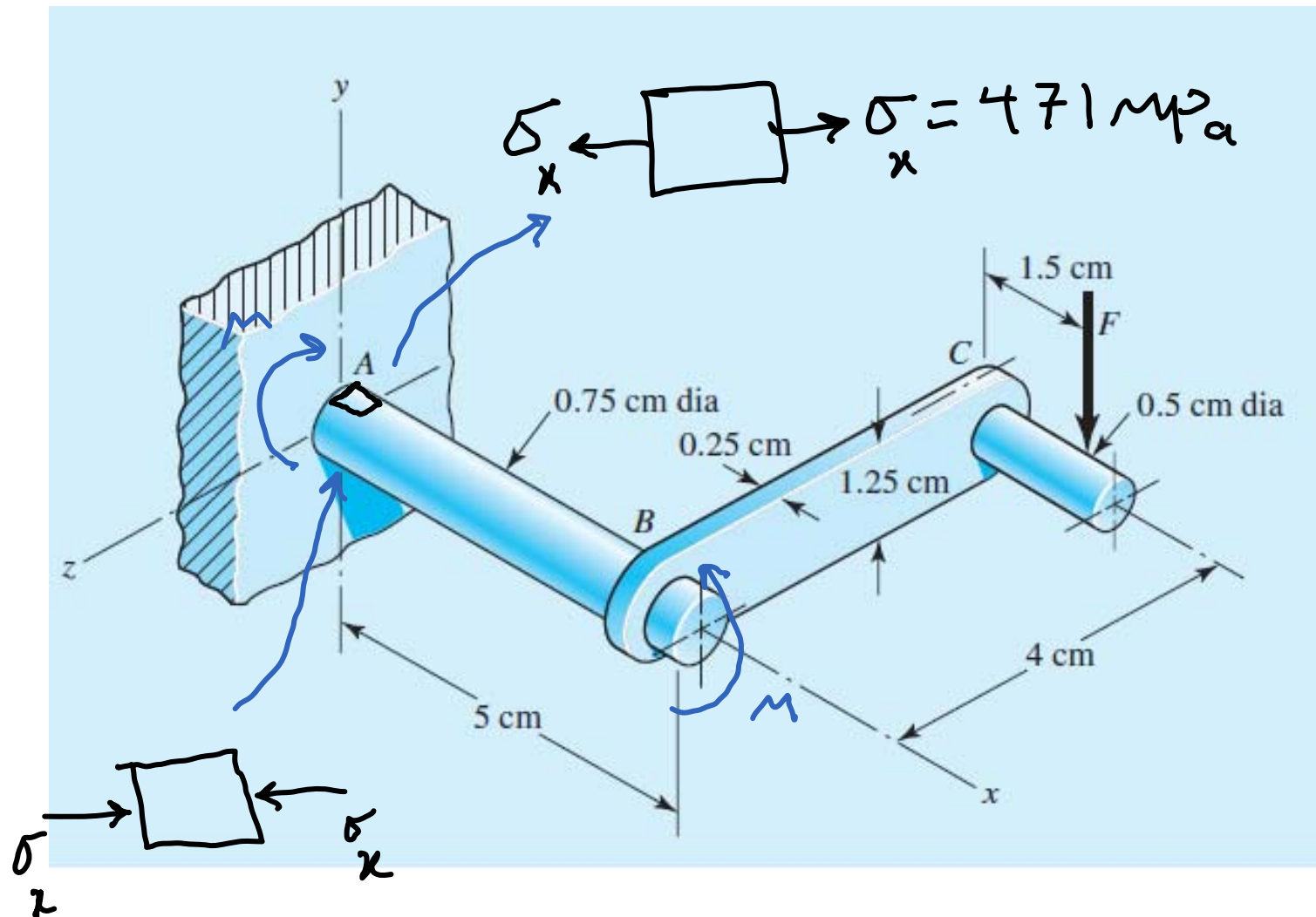


$$M_A = 19.5 \vec{k} \text{ N.m}$$

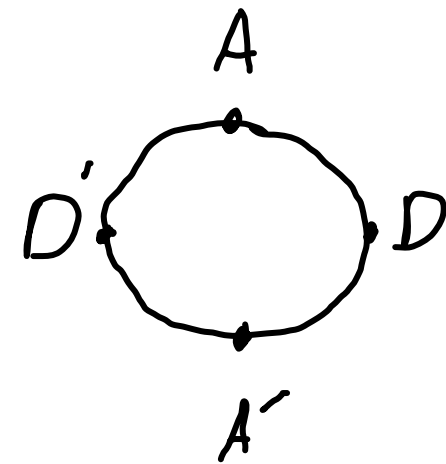
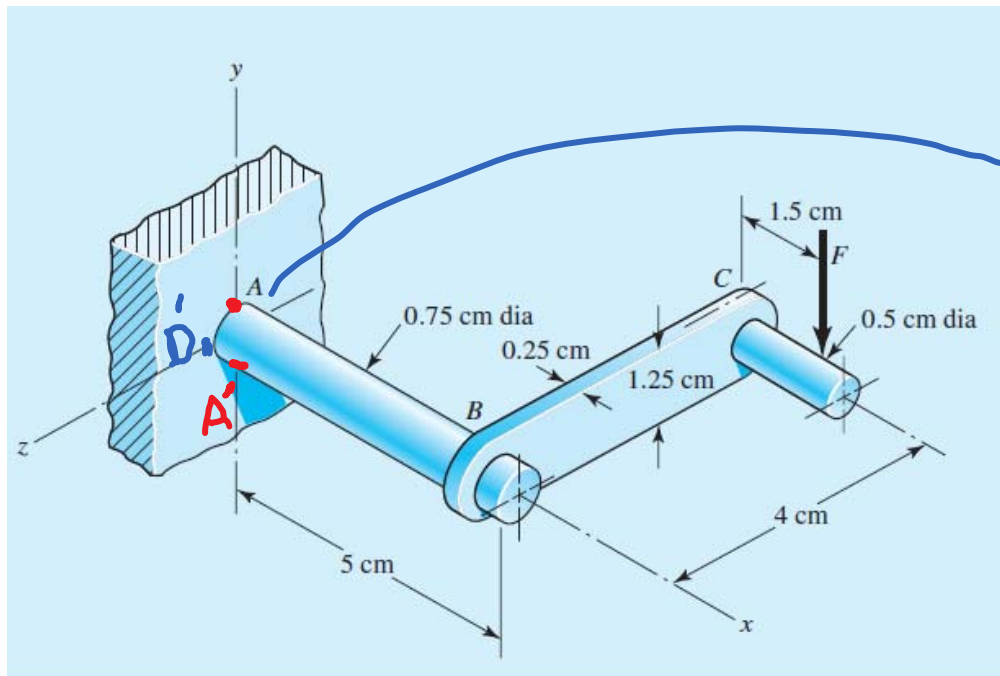
$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{M d/2}{\frac{\pi d^4}{64}}$$

$$\sigma = \frac{32 M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 19.5}{3.14 \times (0.75 \times 10^{-2})^3} = 471 \text{ MPa}$$

تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال



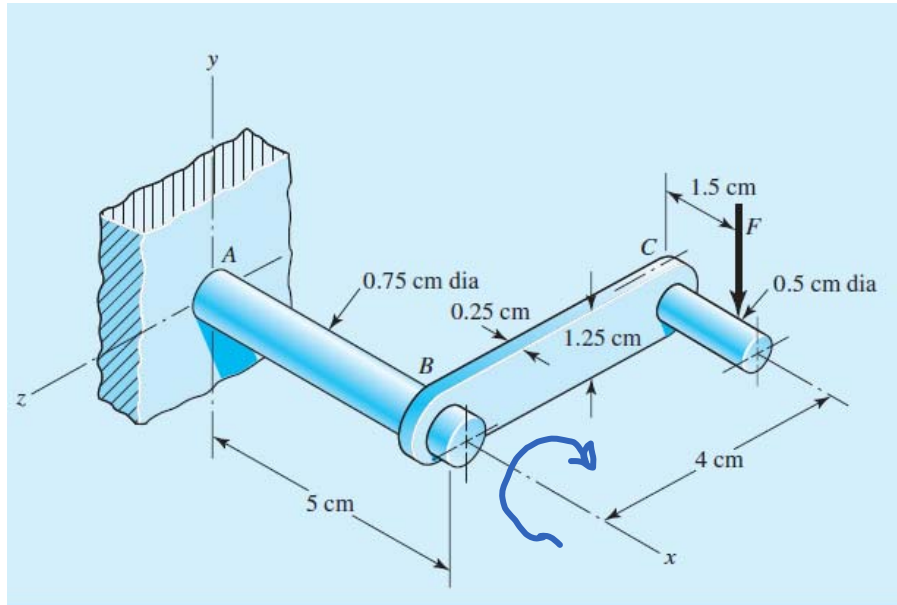
تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



$$\sigma_{zA} = 471 \text{ MPa} , \quad \sigma_{zA'} = -471$$

$$\sigma_{zD} = \sigma_{zD'} = 0 \quad \rightarrow \text{روی تمام خنثی هستند}$$

تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



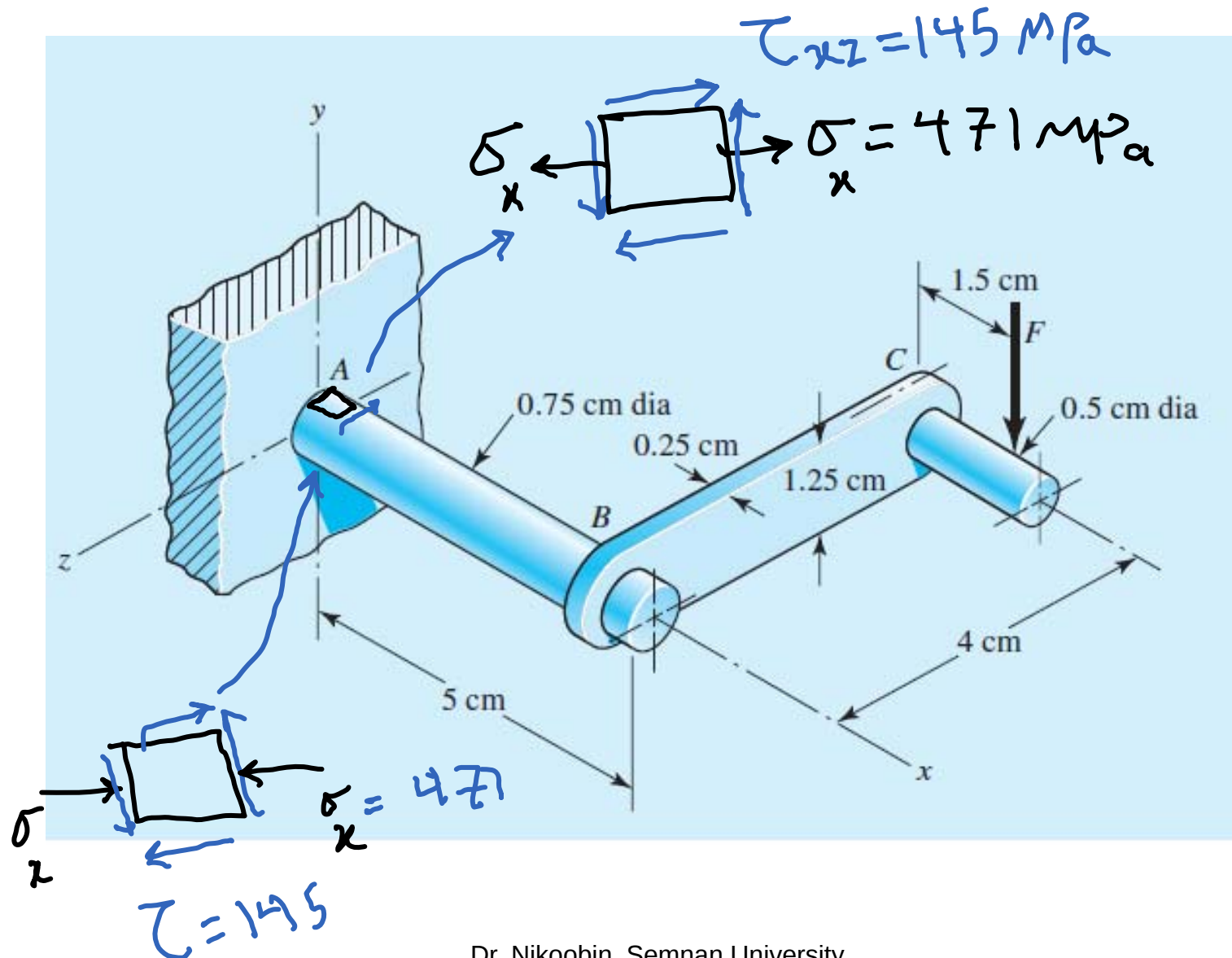
$$T_A = 12 \hat{i} \text{ N.m}$$

$$\tau = \frac{T r}{J} = \frac{T d/2}{\frac{\pi d^4}{32}}$$

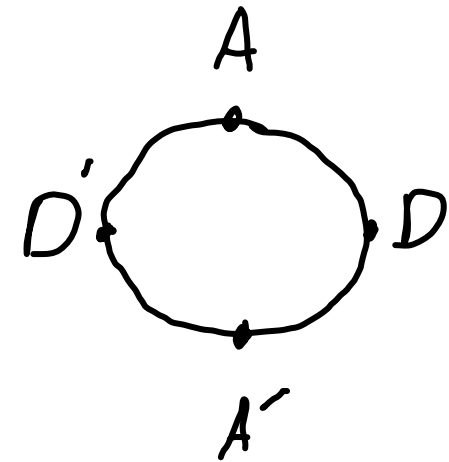
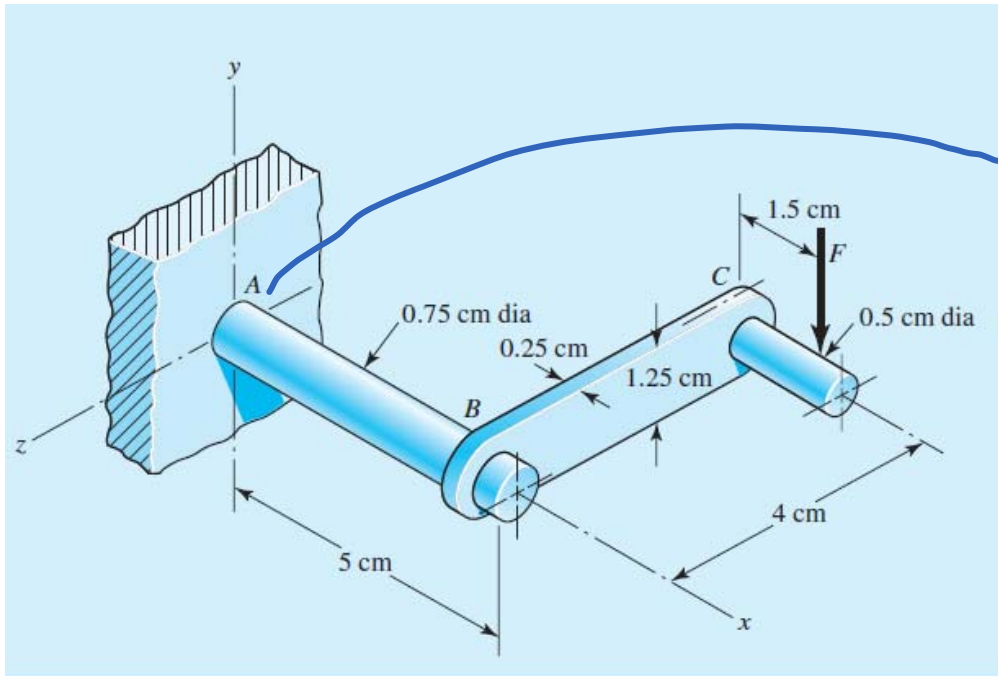
$$\Rightarrow \tau = \frac{16 T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 12}{3.14 (0.75 \times 10^{-2})^3} = 145 \text{ MPa}$$

$$\tau_A = \tau_A' = \tau_D = \tau_D' = 145 \text{ MPa}$$

تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



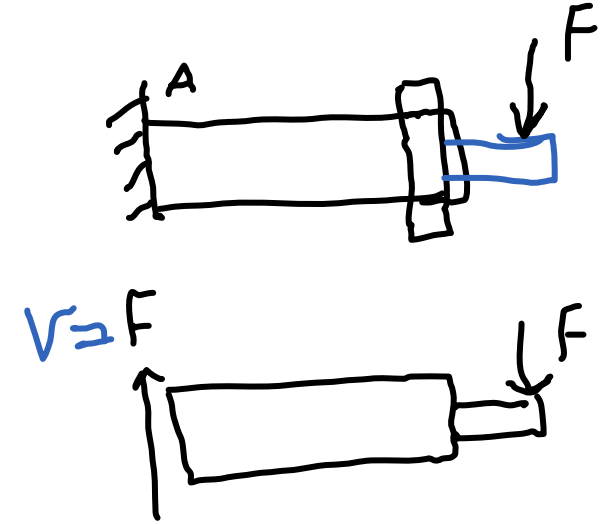
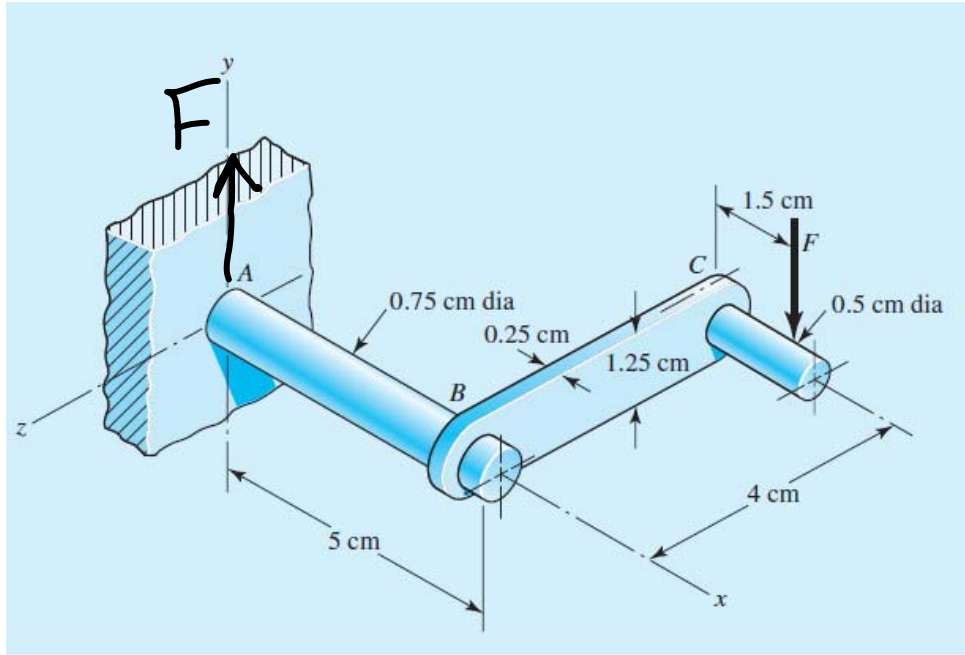
تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال



$$\tau_{xz_A} = \tau_{xz_{A'}} = 145 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy_D} = \tau_{xy_{D'}} = 145 \text{ MPa}$$

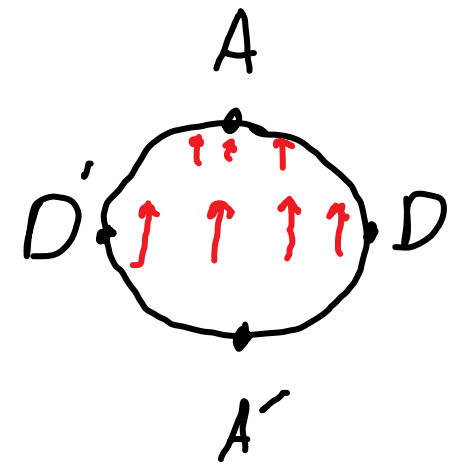
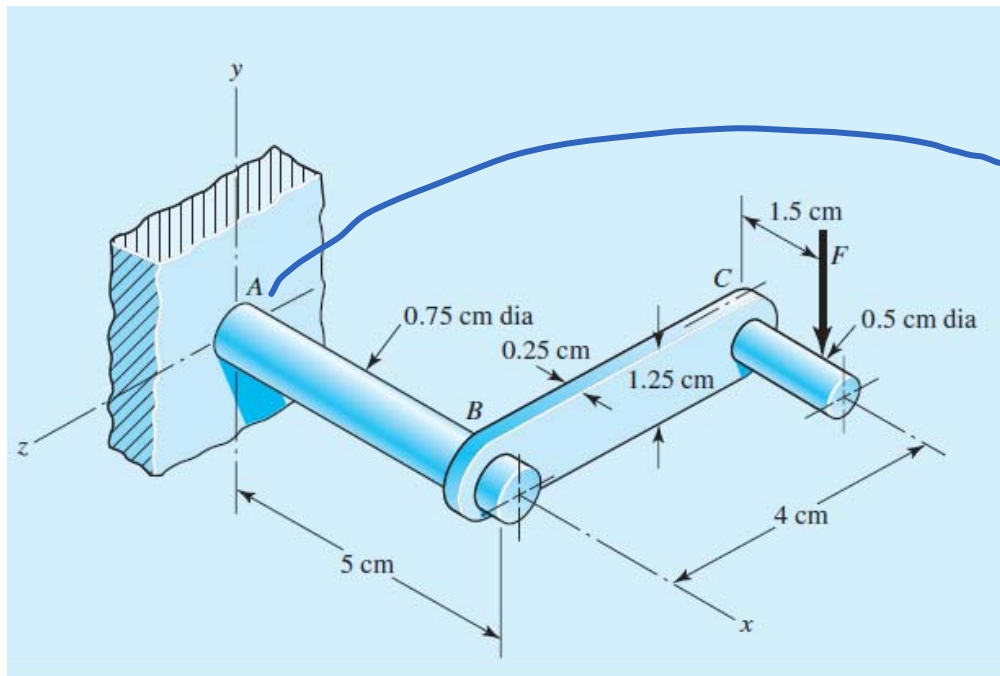
تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



تنش برشی ناشی از قش

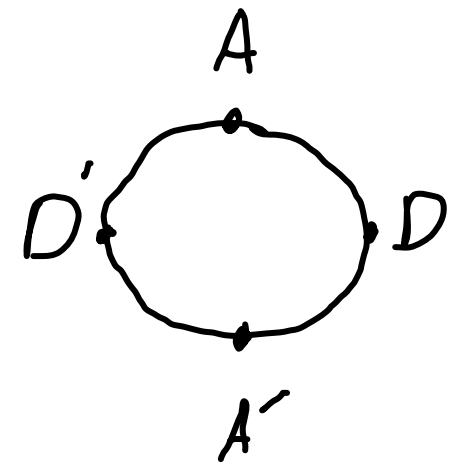
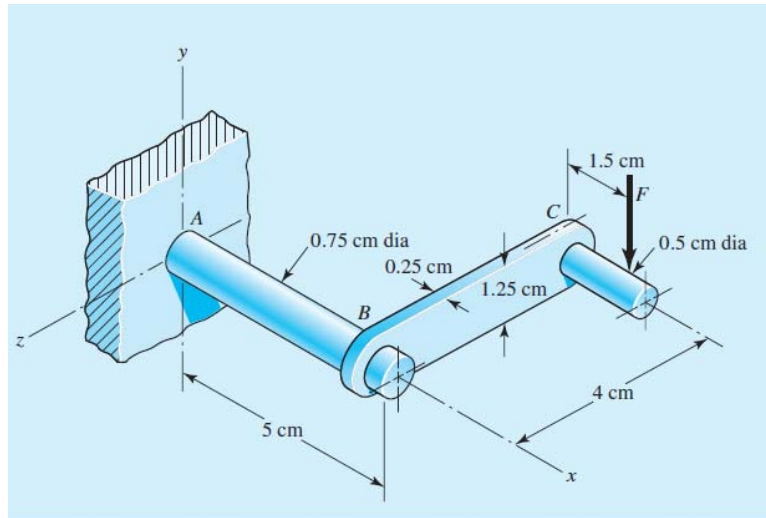
$$\tau_{VA} = \frac{4}{3} \frac{F}{A} = \frac{4 \times 300}{3 \times \pi \frac{(0.75 \times 10^{-2})^2}{4}} = 9.05 \times 10^4 = 9 \text{ MPa}$$

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



اغلب $\tau_{rA} = \tau_{rA'} = 0$ را در نظر بگیرید
 و لحاظ نمی کنیم چون در نقطه
 $\tau_{rD} = \tau_{rD'} = 9 \text{ MPa}$ توانی که A و A' می باشد مقدار آن صفر است

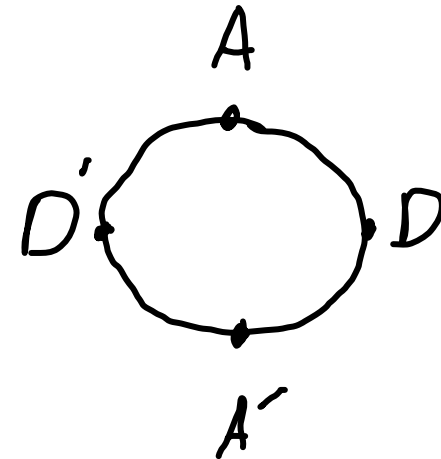
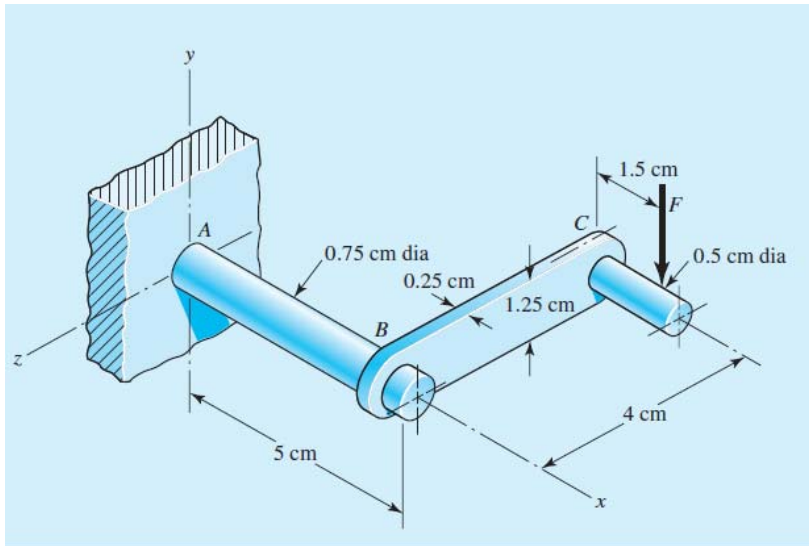
تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸



برای اصل $D-D'$

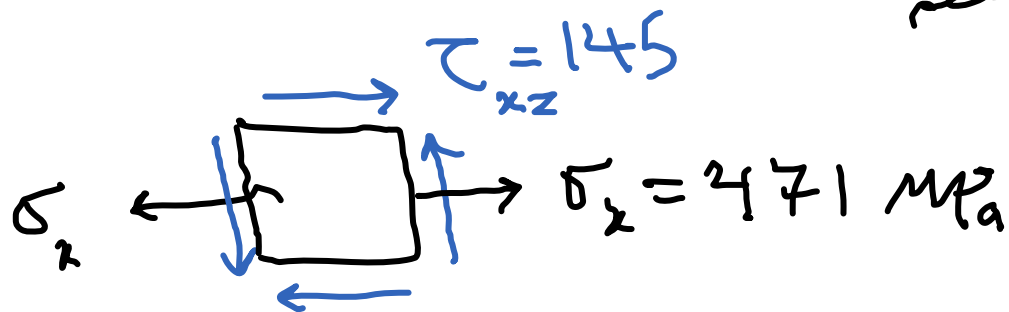
$\tau_{xy} = 145 \pm 9$
 $\sigma_x = 0$
 $\tau_{xy} = 154 \text{ MPa}$
 تنش برشی ماکزیمم از تنش
 تنش از بیضی

تحلیل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۸

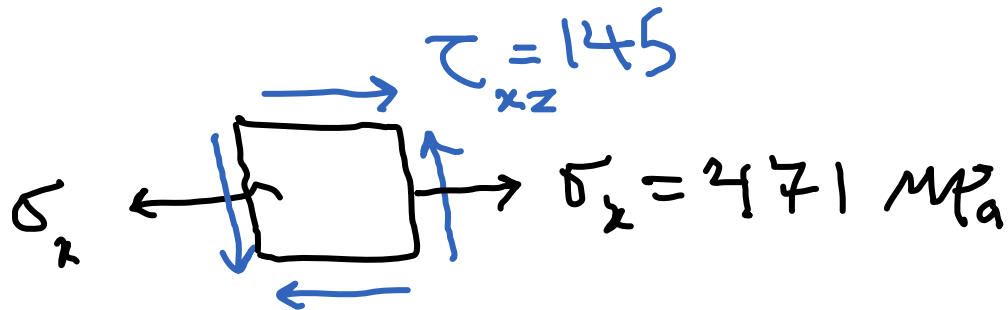


الوان برآنی در این مقاطع فقط
A خواص مورد

$$\tau_A = 0$$



تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۱

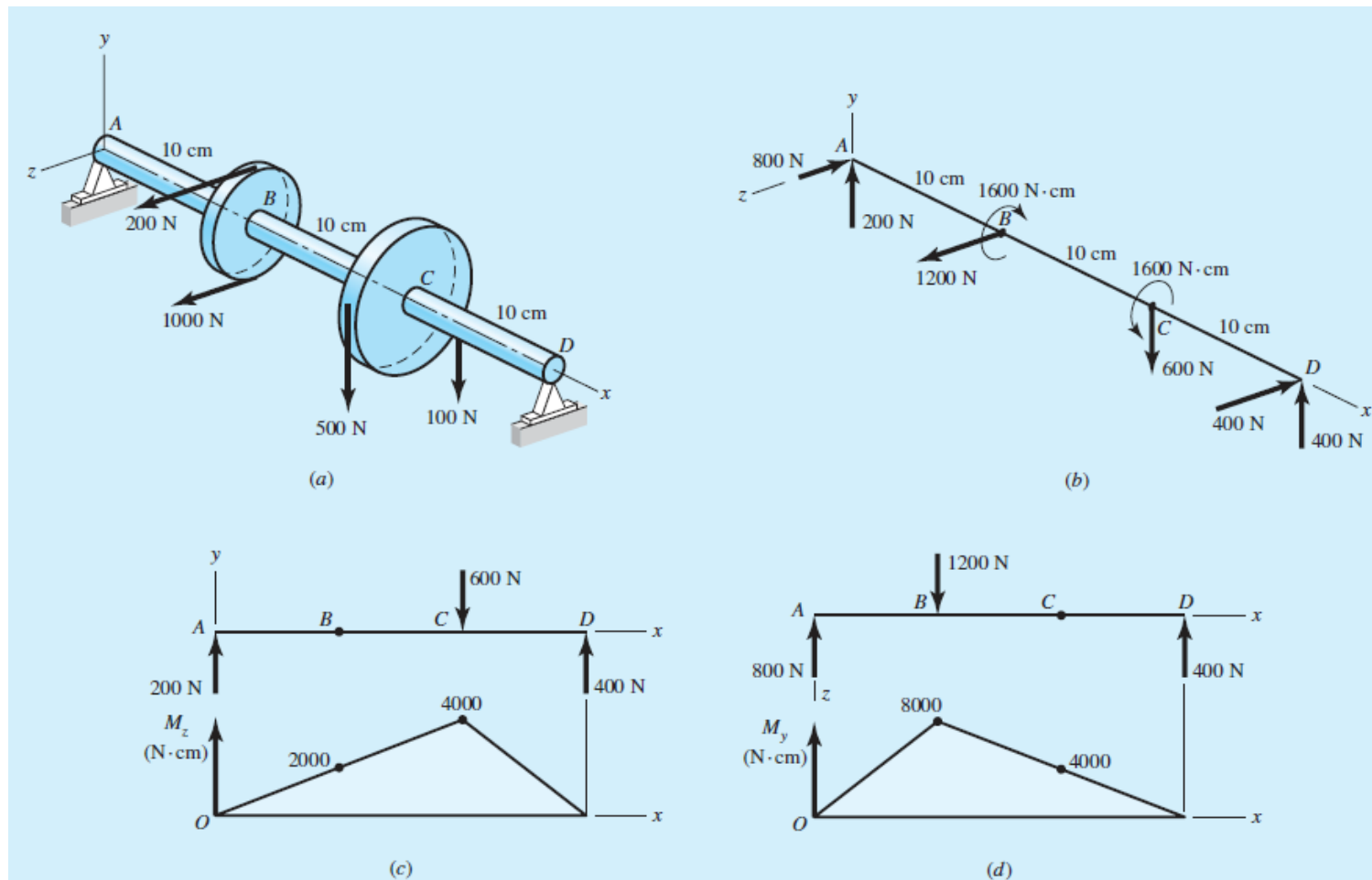


$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{471 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{471 - 0}{2}\right)^2 + 145^2}$$

$$= 235.5 \pm 276.5 = \begin{cases} \sigma_1 = 512 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = -41 \text{ MPa} \end{cases}$$

تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۹



تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۹

$$M_B = \sqrt{2000^2 + 8000^2} = 8246 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_C = \sqrt{4000^2 + 4000^2} = 5657 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Thus the maximum bending moment is 8246 N · cm and the maximum bending stress at pulley *B* is

$$\sigma = \frac{M d/2}{\pi d^4/64} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32(8246) \times 10000}{\pi(1.5^3)} = 24890 \times 10^4 \text{ Pa} = 248.9 \text{ MPa}$$

The maximum torsional shear stress occurs between *B* and *C* and is

$$\tau = \frac{T d/2}{\pi d^4/32} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16(1600) \times 10000}{\pi(1.5^3)} = 2414 \times 10^4 \text{ Pa} = 24.14 \text{ MPa}$$

تحليل نیرو و تنش انواع تنشها مثال ۳-۹

Thus the maximum bending moment is 8246 N · cm and the maximum bending stress at pulley *B* is

$$\sigma = \frac{M d/2}{\pi d^4/64} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32(8246) \times 10000}{\pi(1.5^3)} = 24890 \times 10^4 \text{ Pa} = 248.9 \text{ MPa}$$

The maximum torsional shear stress occurs between *B* and *C* and is

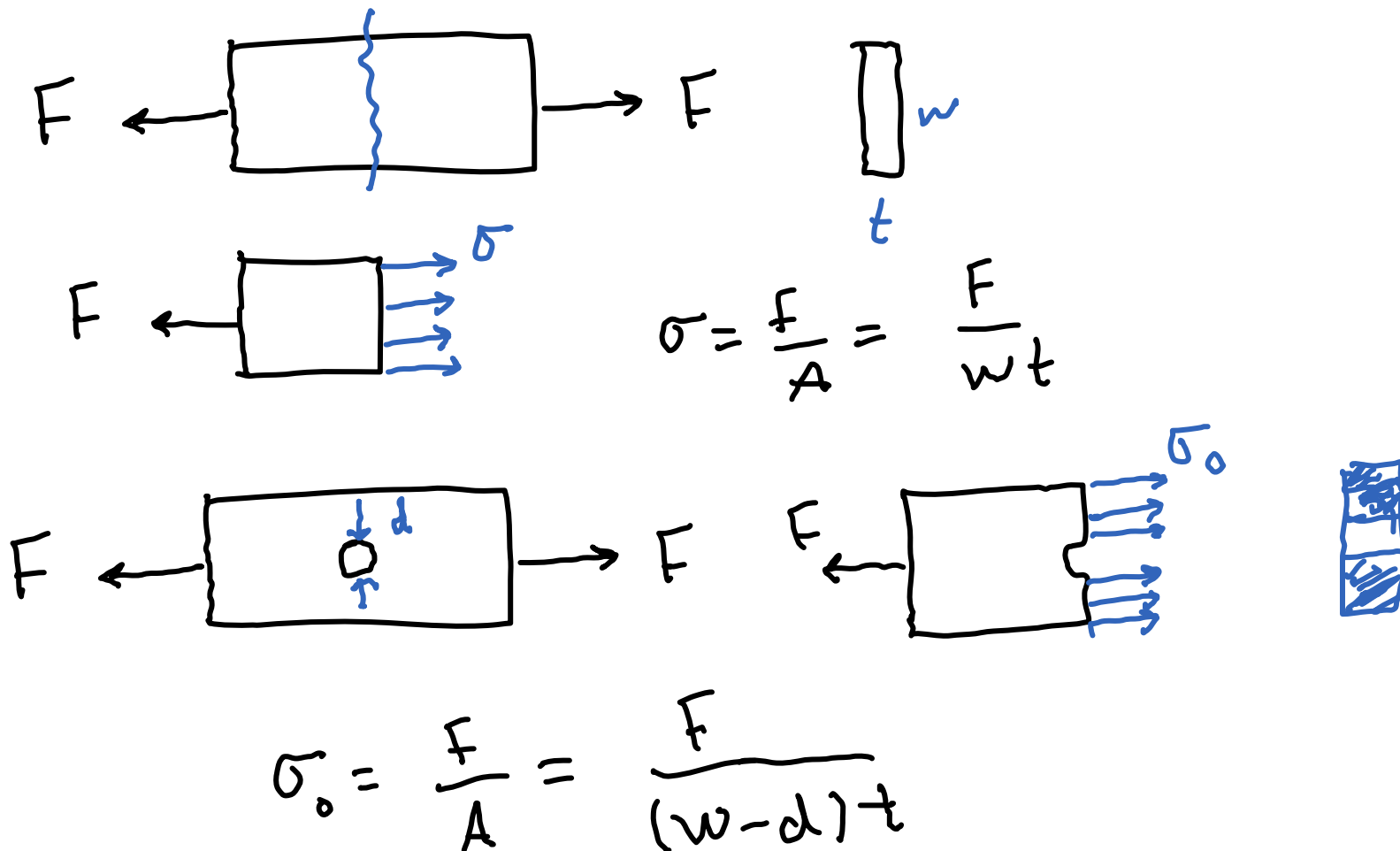
$$\tau = \frac{T d/2}{\pi d^4/32} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16(1600) \times 10000}{\pi(1.5^3)} = 2414 \times 10^4 \text{ Pa} = 24.14 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{1,2} &= \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{249}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{249}{2}\right)^2 + 24^2} \\ &= 124.5 \pm 126.8 = \begin{cases} \sigma_1 = 251 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = -2.3 \text{ MPa} \end{cases}\end{aligned}$$

Stress Concentration

تمرکز تنش

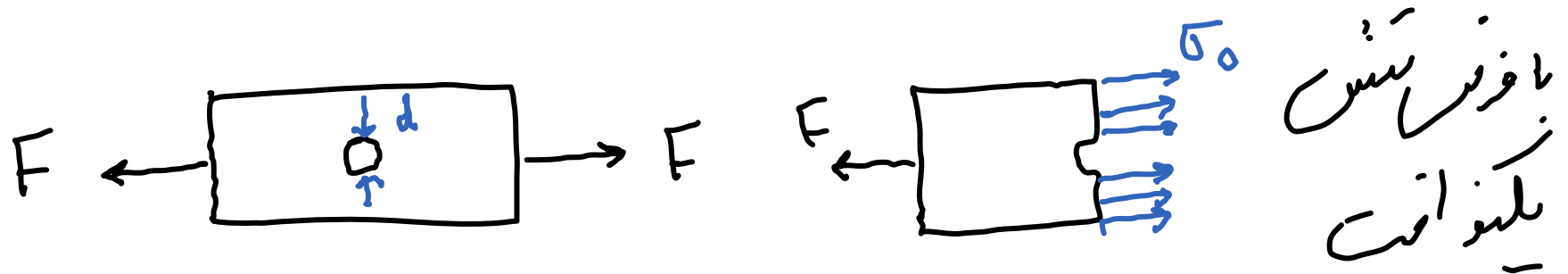
تحلیل نیرو و تنش



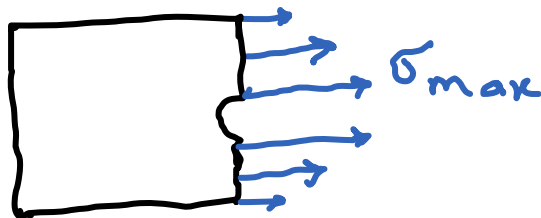
Stress Concentration

تمرکز تنش

تحلیل نیرو و تنش



$$\sigma_0 = \frac{F}{A} = \frac{F}{(w-d)t}$$



$$\sigma_{max} = K_t \sigma_0$$

K_t ضریب تمرکز تنش

Stress Concentration

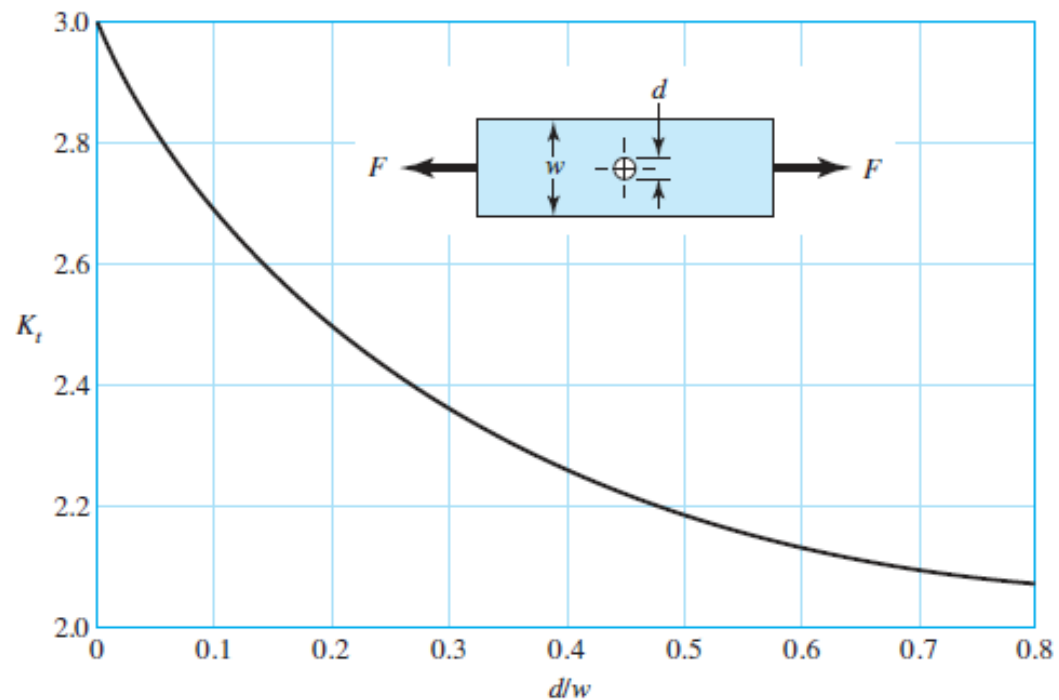
تمرکز تنش

تحلیل نیرو و تنش

Table A-15 Charts of Theoretical Stress-Concentration Factors K_t^*

Figure A-15-1

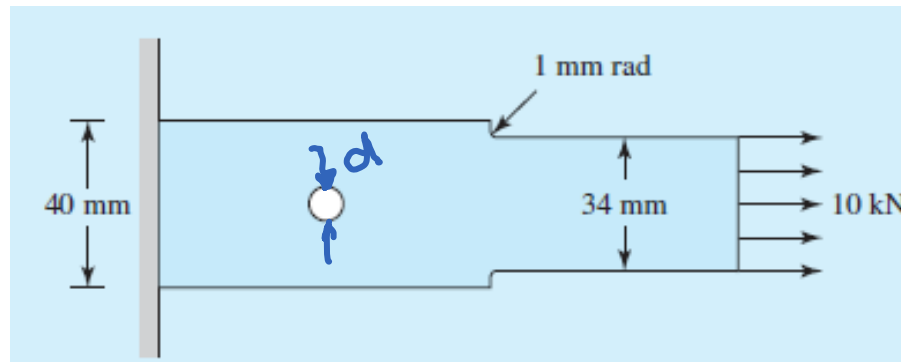
Bar in tension or simple compression with a transverse hole. $\sigma_0 = F/A$, where $A = (w - d)t$ and t is the thickness.



مثال ۳-۱۳

تمرکز تنش

تحلیل نیرو و تنش



$$d = 4, 8 \text{ mm}$$

$$t = 2 \text{ mm}$$

$$\text{برای } d = 4 \text{ mm}$$

$$\sigma_0 = \frac{F}{A} = \frac{F}{(w - d)t} = \frac{10\,000}{(40 - 4)2} = 139 \text{ MPa}$$

$$d/w = 4/40 = 0.1, \text{ is } K_t = 2.7$$

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_0 = 2.7(139) = 375.3 \text{ MPa}$$

$$\text{برای } d = 8 \text{ mm}$$

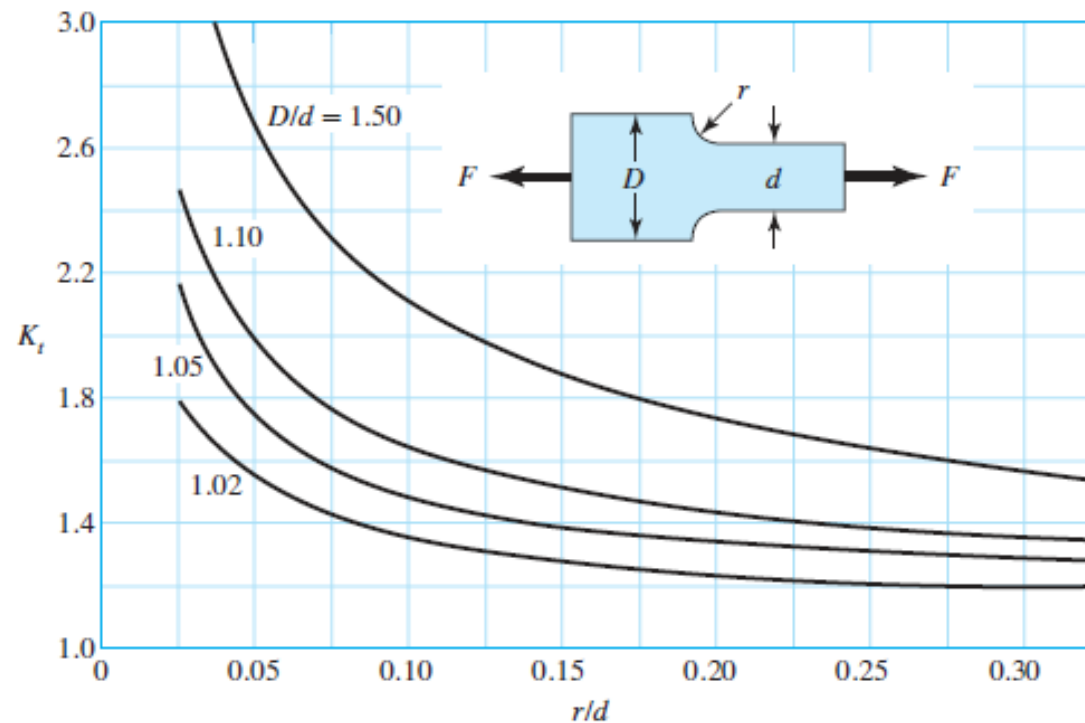
$$\sigma_0 = \frac{F}{A} = \frac{F}{(w - d)t} = \frac{10\,000}{(40 - 8)2} = 156.25 \text{ MPa}$$

$$d/w = 8/40 = 0.2, \text{ then } K_t = 2.5$$

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_0 = 2.5 \times (156.25) = 390.625 \text{ MPa}$$

Figure A-15-5

Rectangular filleted bar in tension or simple compression.
 $\sigma_0 = F/A$, where $A = dt$ and t is the thickness.



From Table A-15-5, $D/d = 40/34 = 1.18$, and $r/d = 1/34 = 0.029$. Then $K_t = 2.3$.

$$\sigma_0 = \frac{F}{A} = \frac{10\,000}{(34)2} = 147 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_0 = 2.3 \times (147) = 338.2 \text{ MPa}$$



تحلیل نیرو و تنش تکلیف

برای مسائل زیر فقط تنشهای اصلی	۸۰-۳	۱-۳
را محاسبه نمایید. نیازی به رسم	۸۱-۳	۳-۳
دایره مور نیست.	۸۳-۳	۶-۳
b,c,d ۱۵-۳	۸۴-۳	۷-۳
a,b ۱۹-۳	۸۸-۳	۲۳-۳
c,d ۱۸-۳	۹۵-۳	۵۳-۳
		۵۵-۳



تحليل نیرو و تنش تکلیف