



رباطیک پیشرفته

سینماتیک،

فضای کاری، درجه آزادی اضافی، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین

دانشگاه سمنان، دانشکده مهندسی مکانیک

anikoobin@semnan.ac.ir

joint space, operational space

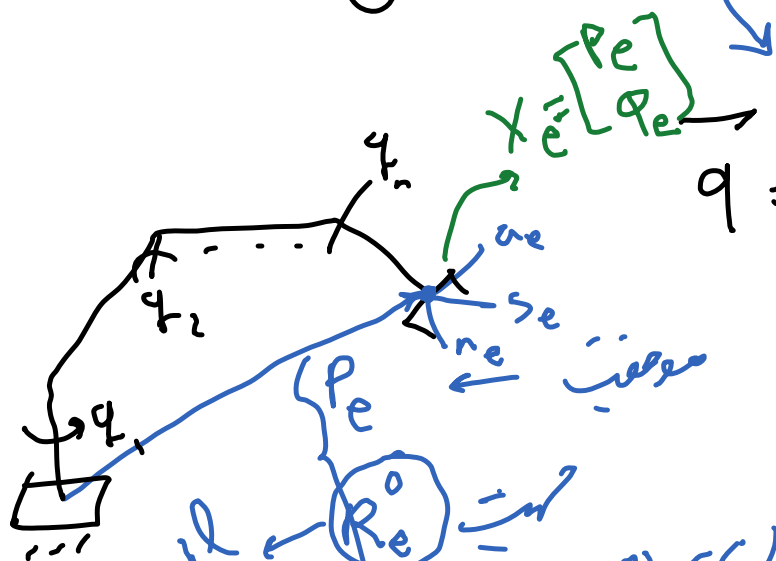
فندی کمپانی

9. متغیرهای مفصل

آلہ مفضل اور انی - ۹

$q_1 = d_1 \leftarrow \text{نوع} \sim \sim$

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$



۳. موقعیت و جهت انبار انتخابی رات ۱۵ی دهر.

non free $x_e = \begin{bmatrix} p_e \\ \varphi_e \end{bmatrix}$

$\varphi_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ معزای که هست غرض از این است که این معادله

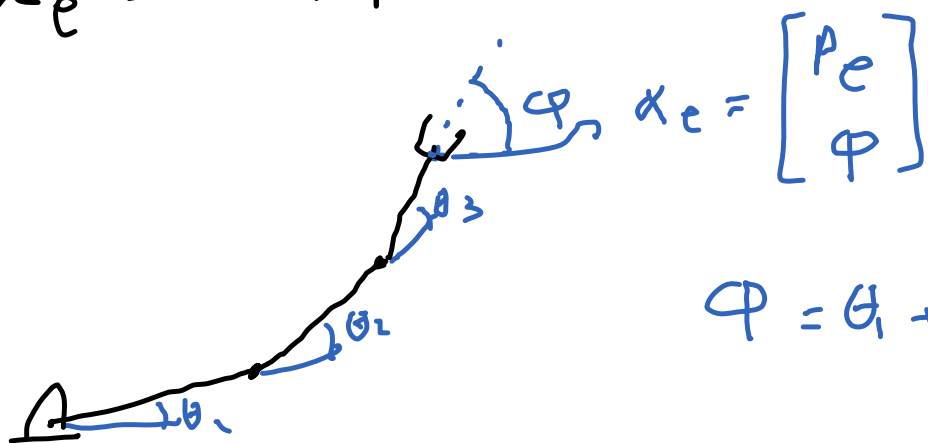
← زلزلہ سی او ایلم



$$q \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad x_e \in \mathbb{R}^{m \times 1}$$

در حالت فضایی که هم مدعیت هم هست ابرار انحرافی مدعیت باره
 $m = 6$

$$x_e = K(q) \quad K \in \mathbb{R}^{m \times 1}$$



$$x_e = \begin{bmatrix} p_e \\ \varphi \end{bmatrix}$$

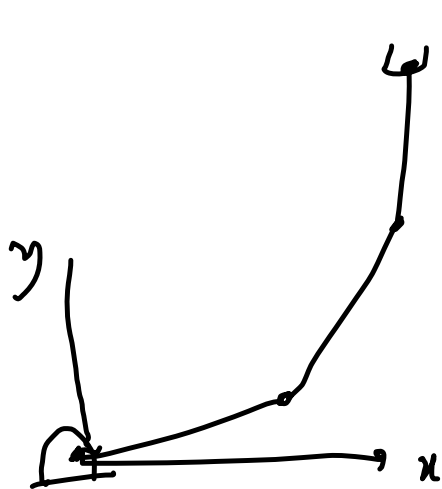
$$m = 3$$

$$n = 3$$

$$\rightarrow r = h - m = 0$$

$$\varphi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$$

$$x_e = p_e, \quad m = 2$$



$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix}$$

$$n = 3, \quad \theta_1, \theta_2, \theta_3$$

$$m = 2, \quad x_e, y_e$$

$$n - m = 3 - 2 = 1$$

یک درجه آزادی اضافی داریم

$n > m$ ← Redundant

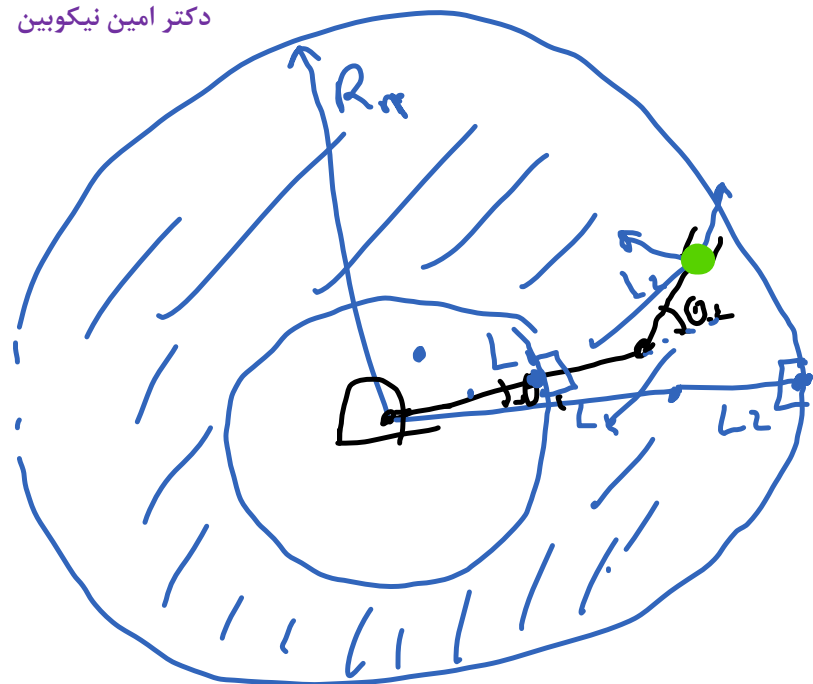


$$n = 2, \quad \theta_1, \theta_2, \quad n - m = 0$$

$$m = 2, \quad x_e, y_e$$

رباتیک پیشرفته، سینماتیک

دکتر امین نیکوبین

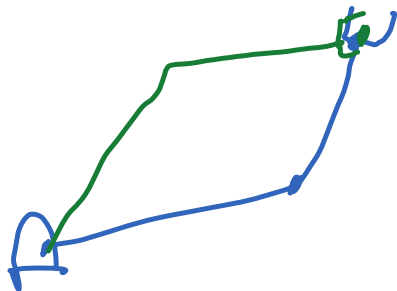


$$\theta_1 = 0 \rightarrow 360$$

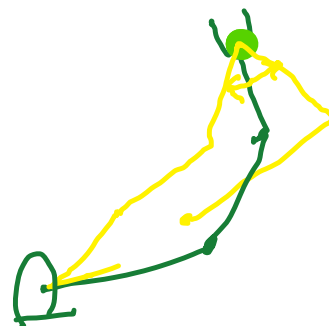
$$\theta_2 = 0 \rightarrow 360$$

$$R_1 = L_1 + L_2$$

$$R_2 = L_1 - L_2$$

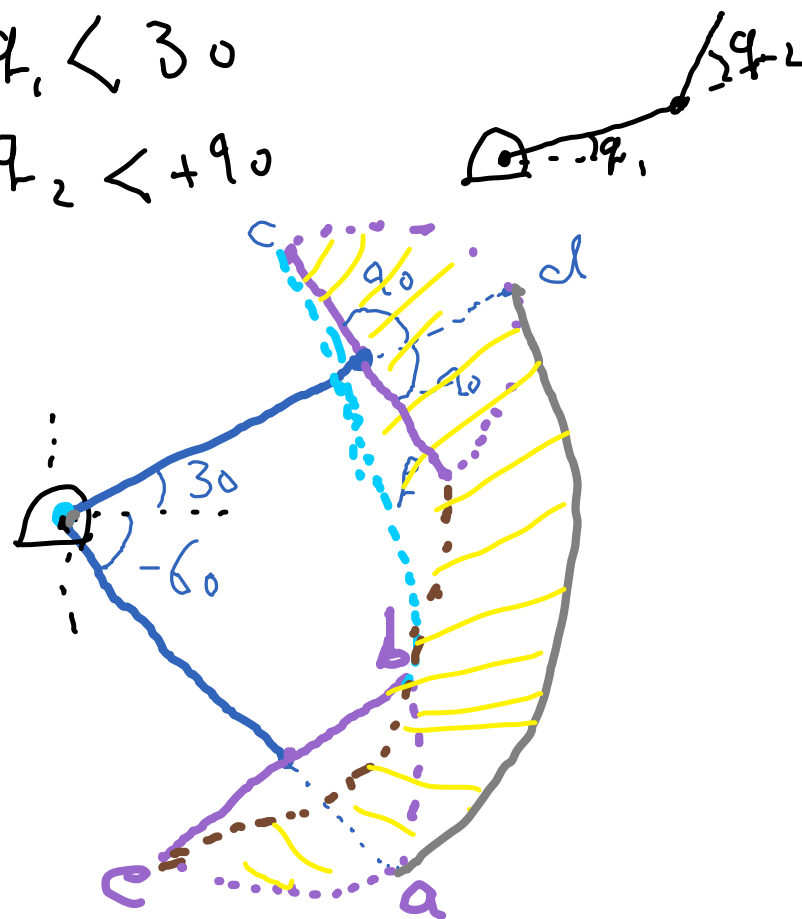
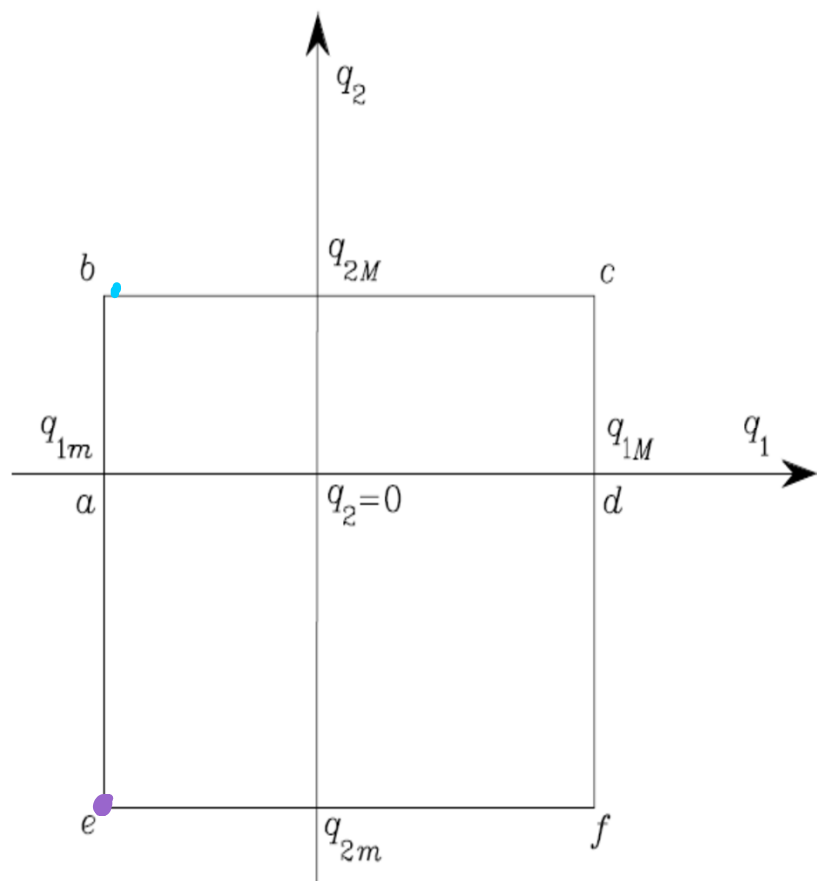


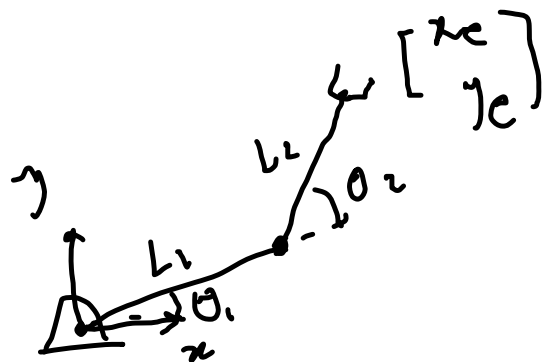
?



$$-60 < q_1 < 30$$

$$-90 < q_2 < +90$$





$$\begin{cases} x_e = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_e = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

$$L_1 = 0.5$$

$$L_2 = 0.3$$

$$\theta_{1m} < \theta_1 < \theta_{1M}$$

$$\text{For } \theta_1 = -60:1:30 \quad \theta_{2m} < \theta_2 < \theta_{2M}$$

$$\text{For } \theta_2 = -30:1:90$$

$$x_e = \text{---}$$

$$y_e = \text{---} \rightarrow \text{hold on}$$

$$\text{plot}(x_e, y_e, 'x')$$

end

end



inverse kinematic

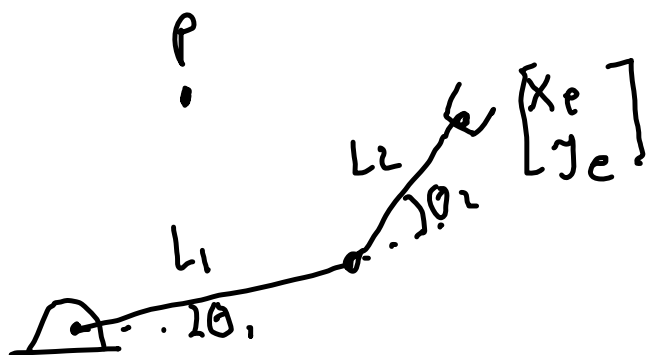
$$x_e \longrightarrow q$$

Forward kin.

$$q \longrightarrow x_e$$

$$T_e^p(q) \longrightarrow$$

$$\begin{matrix} \text{محل} \\ \text{مشتق} \\ \text{مشتق} \end{matrix}$$



$$\begin{cases} \textcircled{1} & x_e = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \textcircled{2} & y_e = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

x_e, y_e معلوم

θ_1, θ_2 مجهول

$$\textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2 \Rightarrow x_e^2 + y_e^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \underbrace{[\cos \theta_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sin \theta_1 \sin(\theta_1 + \theta_2)]}_{\cos \theta_2}$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \xrightarrow[b = \theta_1]{a = \theta_1 + \theta_2}$$

$$x_e^2 + y_e^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos \theta_2$$

$$\Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{x_e^2 + y_e^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} = \checkmark$$

$$\sin^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2 = 1 \Rightarrow \sin \theta_2 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}$$

$$\theta_2 = \text{atan2} \left(+\sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}, \cos \theta_2 \right)$$

برای θ_2 دو جواب داریم

$$\theta_2 = \text{atan2} \left(-\sqrt{1 - \cos^2 \theta_2}, \cos \theta_2 \right)$$

$$\begin{cases} x_e = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_e = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_e = L_1 C_1 + L_2 (C_1 C_2 - S_1 S_2) \\ y_e = L_1 S_1 + L_2 (S_1 C_2 + C_1 S_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_e = (L_1 + L_2 C_2) \underline{C_1} - (L_2 S_2) \underline{S_1} \\ y_e = (L_1 + L_2 C_2) \underline{S_1} + (L_2 S_2) \underline{C_1} \end{cases}$$

دو عبارت که با دو مجهول (C_1, S_1)

$$\begin{cases} x_e = (L_1 + L_2 C_2) \underline{C_1} - (L_2 S_2) \underline{S_1} \\ y_e = (L_1 + L_2 C_2) \underline{S_1} + (L_2 S_2) \underline{C_1} \end{cases}$$
$$\rightarrow C_1 = \frac{x_e + L_2 S_2 S_1}{L_1 + L_2 C_2}$$

$$y_e = (L_1 + L_2 C_2) S_1 + L_2 S_2 \left(\frac{x_e + L_2 S_2 S_1}{L_1 + L_2 C_2} \right)$$

$$\Rightarrow y_e = S_1 \left[L_1 + L_2 C_2 + \frac{(L_2 S_2)^2}{L_1 + L_2 C_2} \right] + \frac{L_2 S_2 x_e}{L_1 + L_2 C_2}$$

$$y_e = s_1 \left[L_1 + L_2 C_2 + \frac{(L_2 S_2)^2}{L_1 + L_2 C_2} \right] + \frac{L_2 S_2 x_e}{L_1 + L_2 C_2}$$

$$(L_1 + L_2 C_2) y_e - L_2 S_2 x_e = s_1 \left[(L_1 + L_2 C_2)^2 + L_2 S_2^2 \right]$$

$$\Rightarrow s_1 = \frac{(L_1 + L_2 C_2) y_e - L_2 S_2 x_e}{(L_1 + L_2 C_2)^2 + L_2 S_2^2} =$$

$$s_1 = \frac{(L_1 + L_2 C_2) y_e - L_2 S_2 x_e}{x_e^2 + y_e^2}$$

$$C_1 = \frac{(L_1 + L_2 C_2) x_e + L_2 S_2 y_e}{x_e^2 + y_e^2}$$

$$\theta_1 = \arctan 2(S_1, C_1)$$

