



رباتیک پیشرفته سینماتیک، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین

دانشگاه سمنان، دانشکده مهندسی مکانیک

anikoobin@semnan.ac.ir



$$\bar{x}_e + a_3 \cos \varphi = x_e$$

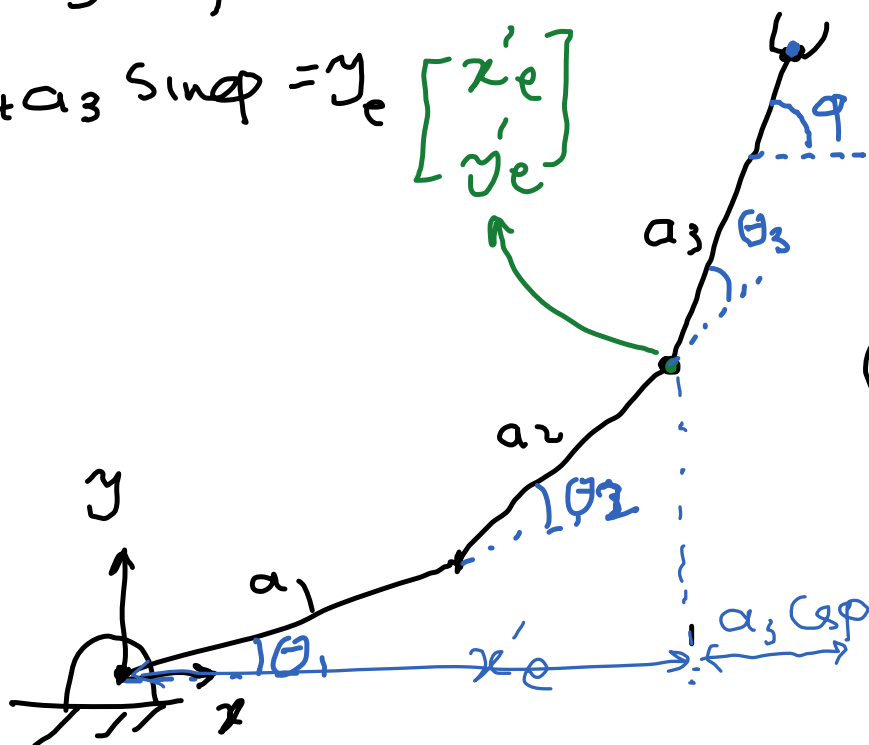
$$\bar{y}_e + a_3 \sin \varphi = y_e$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_e \\ \bar{y}_e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \varphi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \varphi \end{bmatrix}$$

مجهول



$$\begin{cases} x_e = a_1 c_1 + a_2 c_{12} + a_3 c_{123} \\ y_e = a_1 s_1 + a_2 s_{12} + a_3 s_{13} \\ \varphi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 3 \\ m &= 3 \end{aligned}$$

$$\rightarrow r = n - m = 0 \rightarrow \text{non Redun}$$

$$\begin{aligned} x_e + a_3 \cos \varphi &= x_e \\ y_e + a_3 \sin \varphi &= y_e \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x'_e = x_e - a_3 \cos \varphi \\ y'_e = y_e - a_3 \sin \varphi \end{cases}$$

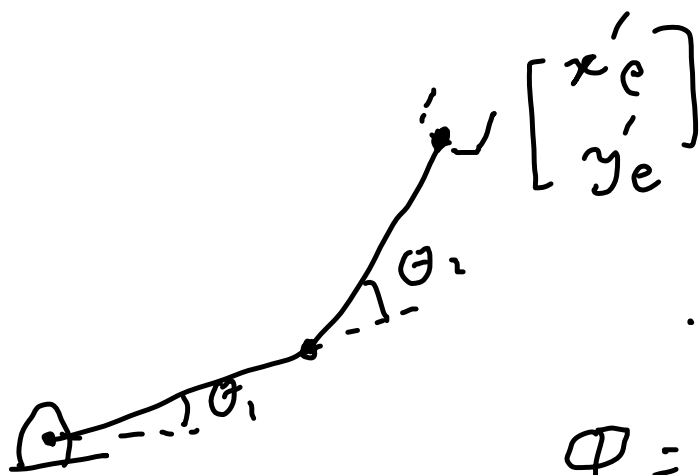
x'_e و y'_e مقادیری معلوم هستند.

حال متوجه جبهه میل می‌شویم

$$\theta_1 \text{ و } \theta_2 = \checkmark$$

...

$$\varphi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \Rightarrow \theta_3 = \varphi - \theta_1 - \theta_2$$



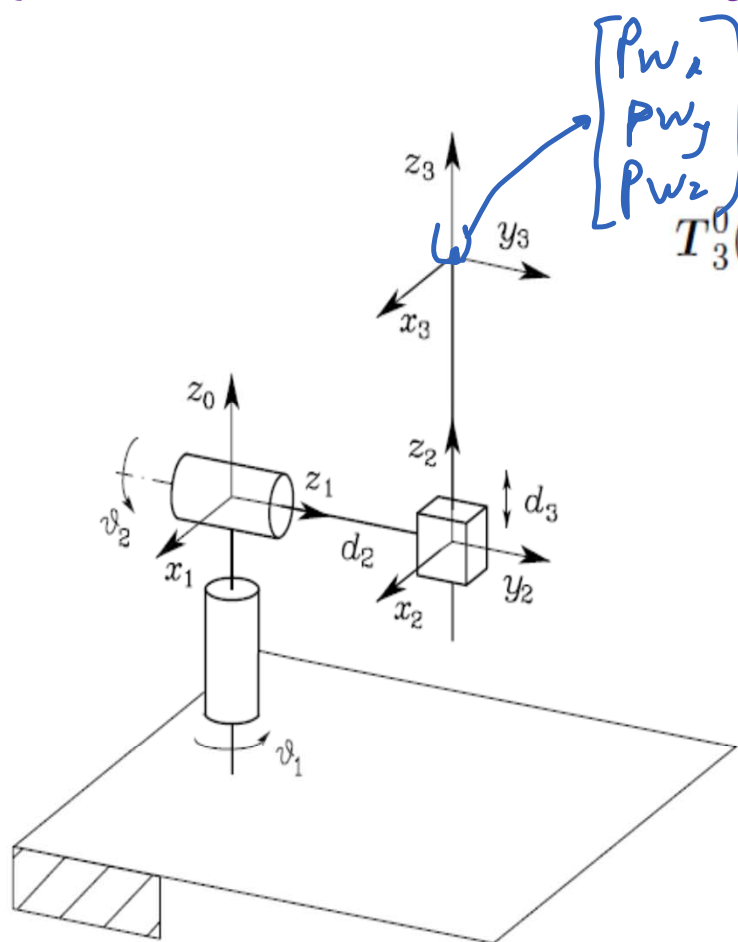


Fig. 2.22. Spherical arm

$$\begin{bmatrix} P_{wx} \\ P_{wy} \\ P_{wz} \end{bmatrix}$$

$$\theta_1, \theta_2, d_3$$

$$T_3^0(q) = A_1^0 A_2^1 A_3^2 =$$

$$\begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_w$$

$$\theta_1, \theta_2, d_3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{wx} = c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ P_{wy} = s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ P_{wz} = c_2 d_3 \end{cases} \rightarrow \theta_2, d_3$$

$$A_1^{0T} T_3^0(q) = A_2^1(\theta_2) A_3^2(d_3) =$$



رباتیک پیشرفته، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین

$$T_3^0(q) = A_1^0 A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha & \alpha & p_{wx} \\ \alpha & \alpha & \alpha & p_{wy} \\ \alpha & \alpha & \alpha & p_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$p_W^1 = \begin{bmatrix} p_{wx} c_1 + p_{wy} s_1 \\ -p_{wz} \\ -p_{wx} s_1 + p_{wy} c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d_3 s_2}{-d_3 c_2} \\ d_2 \end{bmatrix}$$

$$-p_{wx} s_1 + p_{wy} c_1 = d_2 \xrightarrow{\Theta_1}$$

$$t = \tan \frac{\Theta_1}{2}$$

$$\frac{\Theta_1}{2} = \tan^{-1} t = \tan^{-1} \frac{a}{b} \Rightarrow \Theta_1 = 2 \arctan \left(\frac{a}{b} \right)$$



رباتیک پیشرفته، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین

$$p_W^1 = \begin{bmatrix} p_{Wx}c_1 + p_{Wy}s_1 \\ -p_{Wz} \\ -p_{Wx}s_1 + p_{Wy}c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_3s_2 \\ -d_3c_2 \\ d_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \textcircled{1} \\ \leftarrow \textcircled{2} \end{matrix}$$

$$\textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2 \Rightarrow (p_{Wx}c_1 + p_{Wy}s_1)^2 + p_{Wz}^2 = d_3^2 \Rightarrow d_3 = \checkmark$$

$$\textcircled{1} \xrightarrow{d_3 \neq 0} \textcircled{2} \quad \theta_2 = \arctan 2(p_{Wx}c_1 + p_{Wy}s_1, -p_{Wz}) \checkmark$$



رباطیک پیشرفته، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین



رباطیک پیشرفته، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین



رباطیک پیشرفته، سینماتیک معکوس

دکتر امین نیکوبین