



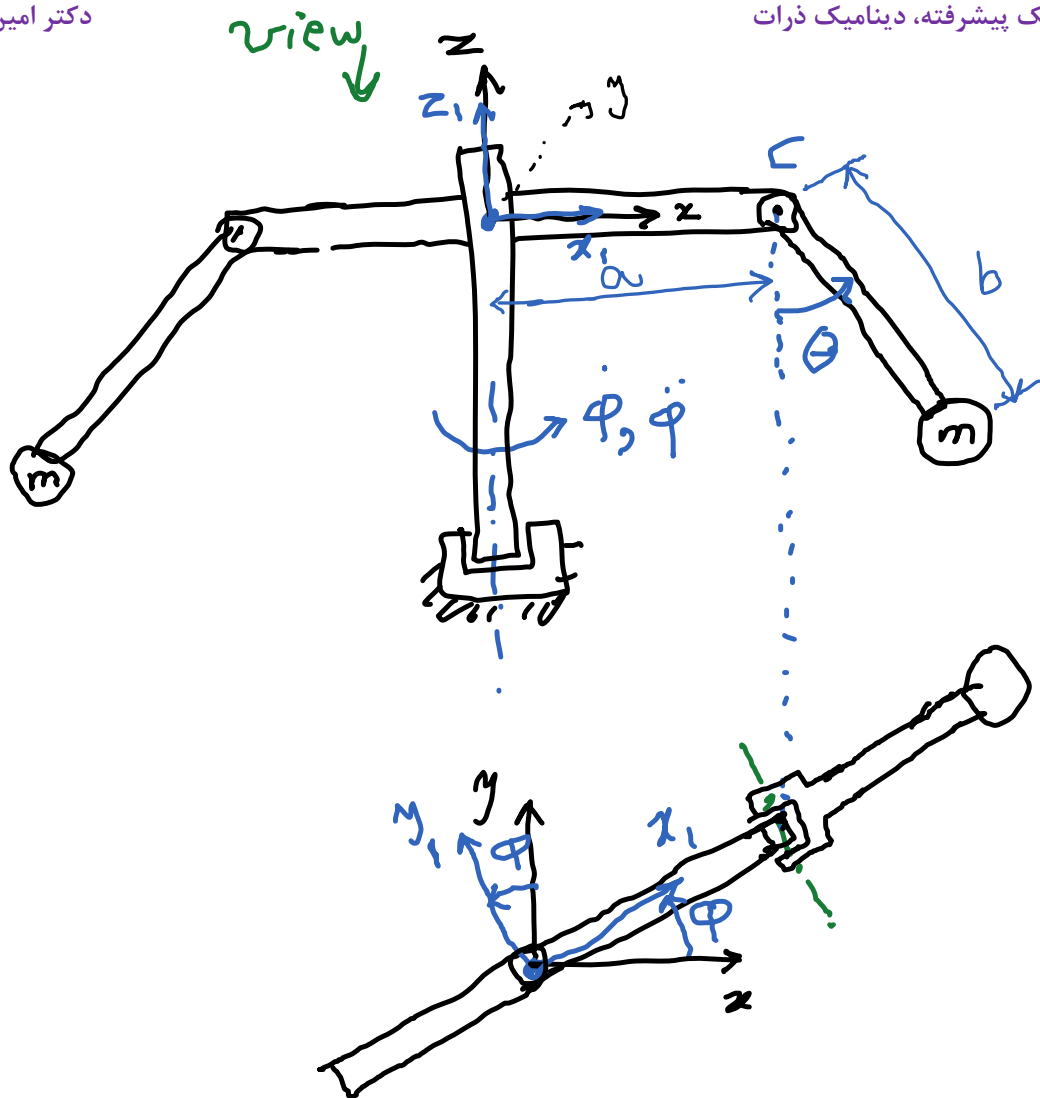
دینامیک پیشرفته

دینامیک ذرات

دکتر امین نیکوبین

دانشگاه سمنان، دانشکده مهندسی مکانیک

anikoobin@semnan.ac.ir



سریت رشت - ϕ را به دست آوریم

$$r_1 = 0$$

مبدأ فریم 1

موقعیت بزرگ m در فریم 1

$$r = (a + b \sin \theta) i_1 - b \cos \theta k_1$$

سریت زاویه‌ای فریم 1

$$\omega = \dot{\phi} k_1$$



$$r = (a + b \sin \theta) i_1 - b \cos \theta k_1, \quad \omega = \dot{\Phi} k_1, \quad \dot{\omega} = \ddot{\Phi} k_1$$

$$\dot{r} = (b \dot{\theta} \cos \theta) i_1 + b \dot{\theta} \sin \theta k_1$$

$$\ddot{r} = (b \ddot{\theta} \cos \theta - b \dot{\theta}^2 \sin \theta) i_1 + (b \ddot{\theta} \sin \theta + b \dot{\theta}^2 \cos \theta) k_1$$

$$v = \cancel{\dot{r}_1} + \dot{r} + \omega \times r$$

$$a = \cancel{\ddot{r}_1} + \ddot{r} + \omega \times r + 2\omega \times \dot{r} + \omega \times (\omega \times r)$$

حزب = ص کبه v, a از ex. 2.10 $\dot{\omega}$ — بخوانید



موقعیت سه اهرم 1 (۱۵۱)

$$r_1 = (a \cos \varphi) i + (b \sin \varphi) j$$

موقعیت هر m در

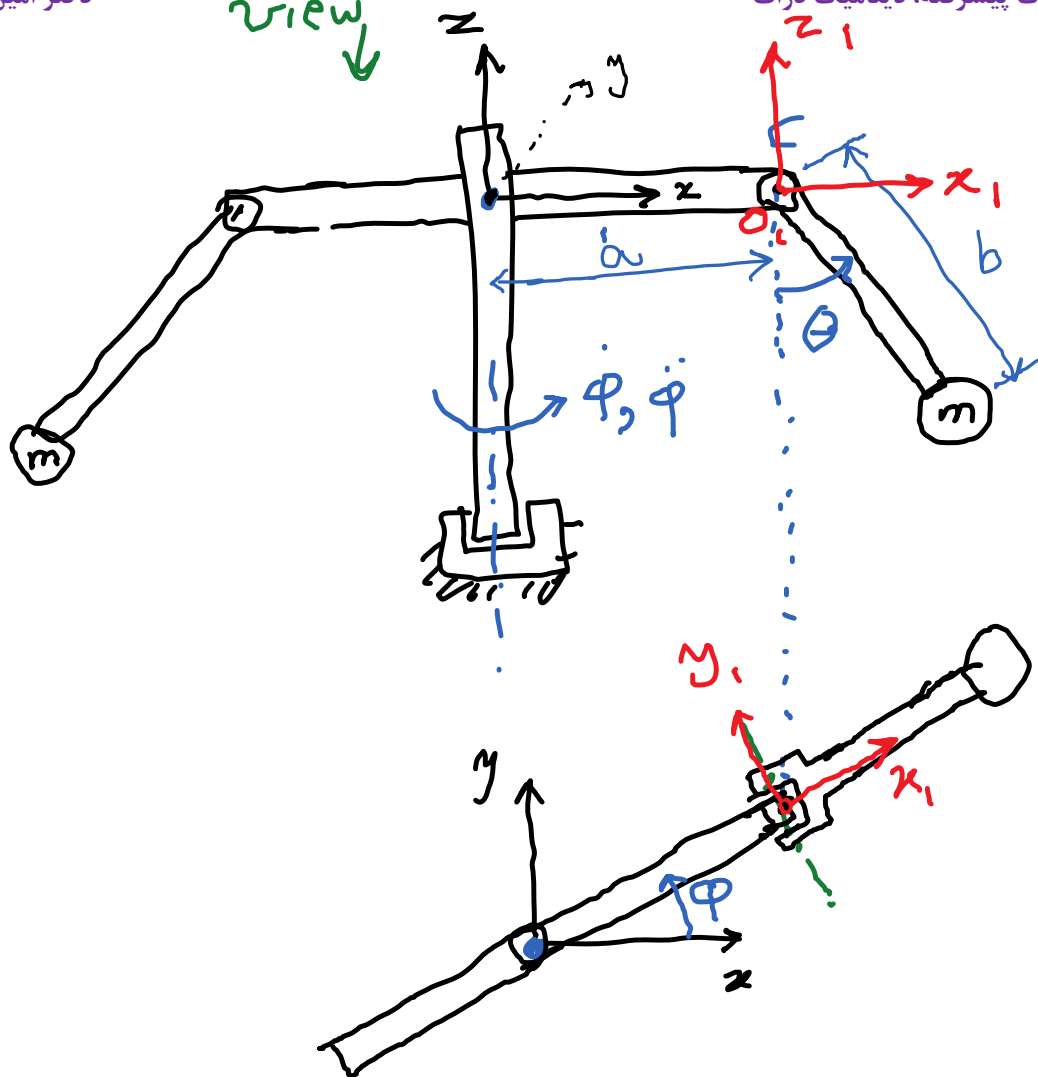
$$r = b \sin \theta i_1 - b \cos \theta k_1$$

سریت زاویه ای فریم 1

$$\omega = \dot{\varphi} k_1$$

دینامیک پیشرفته، دینامیک ذرات

view





تکلیف سری اول

دینامیک پیشرفته، دینامیک ذرات

دکتر امین نیکوبین

2.3

2.4

2.5

2.7



فصل سوم دینامیک ذرات Dynamics of Particles - قانون نیوتن - روش انرژی - روش همبند

قانون دوم نیوتن، وقتی بداند نیروی وارد بر یک ذره می‌باشد، ذره حرکت می‌کند به نحوی که بردار بداند نیروی تغییرات زمانی همبند خطی نور.

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) \quad , \quad L = m\vec{v}$$

linear momentum vector

۴۴



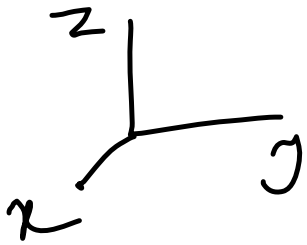
آلر m تیسے بھرے، $\vec{a}$ $\xrightarrow{\text{الستیک}}$

$$\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \sum \vec{F} = m \vec{a}$$

Kinematic

این رابطہ تیسے دشت، دشت سے انتہائی بہرہ مندی حاصل کی گئی ہے۔
دشت، دشت سے لائنیں

$$\sum \vec{F} = m \ddot{\vec{r}} \rightarrow \begin{cases} \sum F_x = m \ddot{x} \\ \sum F_y = m \ddot{y} \\ \sum F_z = m \ddot{z} \end{cases}$$





قانون هاس

$$\begin{cases} \sum F_t = m \frac{dv}{dt} \\ \sum F_n = m \frac{v^2}{r} \end{cases}$$

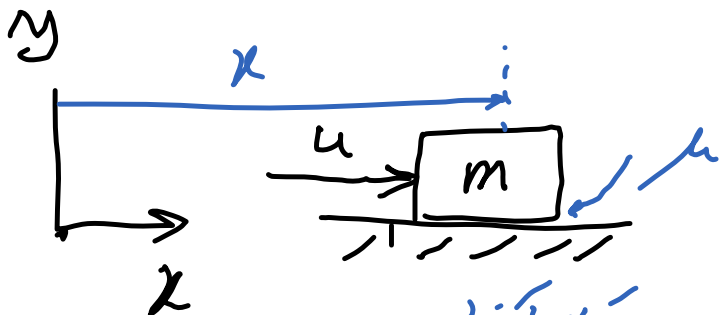
معادلی

$$\begin{cases} \sum F_r = m (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \\ \sum F_\theta = m (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \end{cases}$$

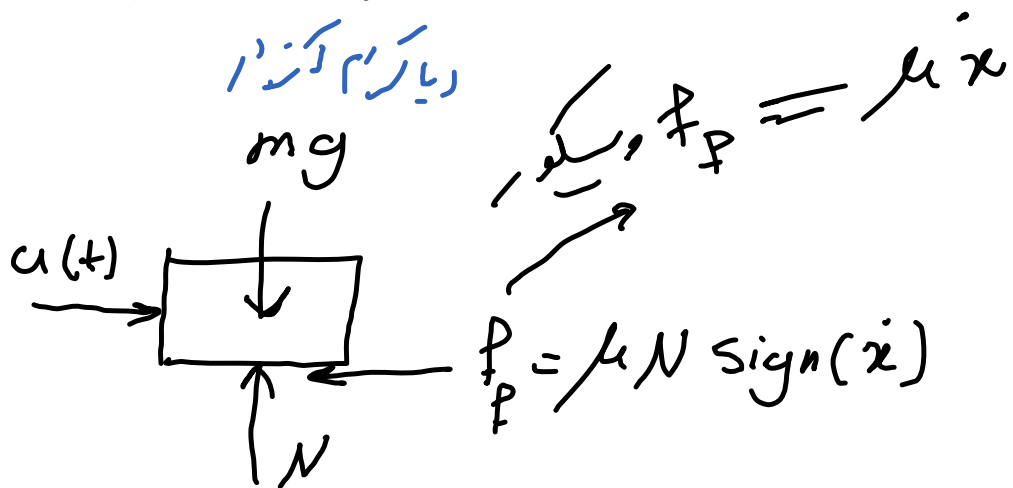
∴

$$\sum F = ma$$

رابطه همجنسیتی $\equiv$ رابطه نام آزاد



مثال: مصادر = آب، مکی، سید، زید، السخاج



$$\begin{cases} \sum F_x = m a_x \Rightarrow u(+) \mu N \sin \theta = m \ddot{x} \Rightarrow m \ddot{x} + \mu m g \sin \theta = 0 \\ \sum F_y = m a_y \Rightarrow N - m g = 0 \Rightarrow N = m g \end{cases}$$



$$m\ddot{x} + \mu mg \sin(\alpha) = u(t)$$

با راننده‌ی مشخص در این معادله

- با راننده‌ی ثابت، m ، μ ، α ، g ، طول جسم، همان انرژی و...

- ورودی $input$ ، $u(t)$ ، $F(t) = \sin t$ ، $F(t) = 0$

$$F(t) = 2$$

- متغیرهای حالت، $state\ variable$ ، $x(t)$

خود متغیر و مشتقاتش بر معادله ظاهر می‌شود.

سیستم به تعداد درجه آزادی سیستم با متغیر



معادلات دینامیکی استخراج شد. به فرم فکری حالت

$$\dot{X} = f(X, Q) \quad \text{state vector } X$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad \text{input } Q$$

با داشتن شرایط اولیه یا شرطها $(X(0))$ و همچنین معلوم بودن ورودی Q می توان رفتار سیستم را در آینده به شکل کامل و دقیق به دست آورد.

$$X(0), Q(t) \longrightarrow X(t) \checkmark$$



$$m\ddot{x} + \mu mg \operatorname{sgn}(\dot{x}) = u(t) \Rightarrow \ddot{x} = \frac{1}{m} [u - \mu mg \operatorname{sgn}(\dot{x})]$$

بالوف منفردی حالت x_1 و x_2 را در نظر بگیرید

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \end{cases}$$

4/5 حالت

$$\dot{x} = f(x, q)$$

$$q = u(t)$$

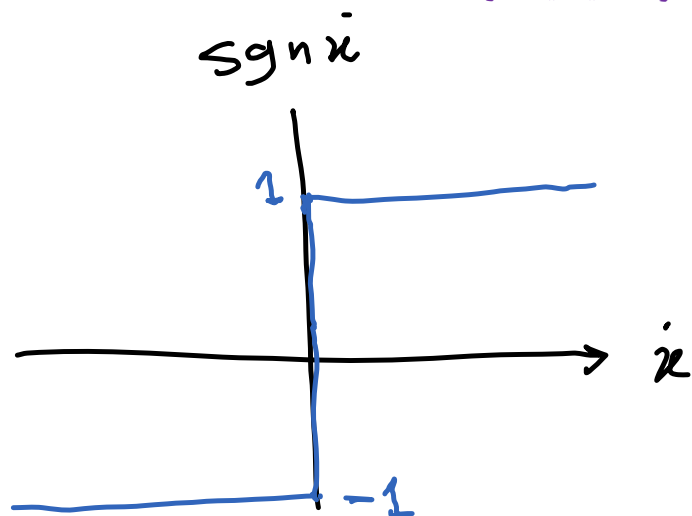
$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m} [u(t) - \mu mg \operatorname{sgn}(x_2)] \end{cases}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

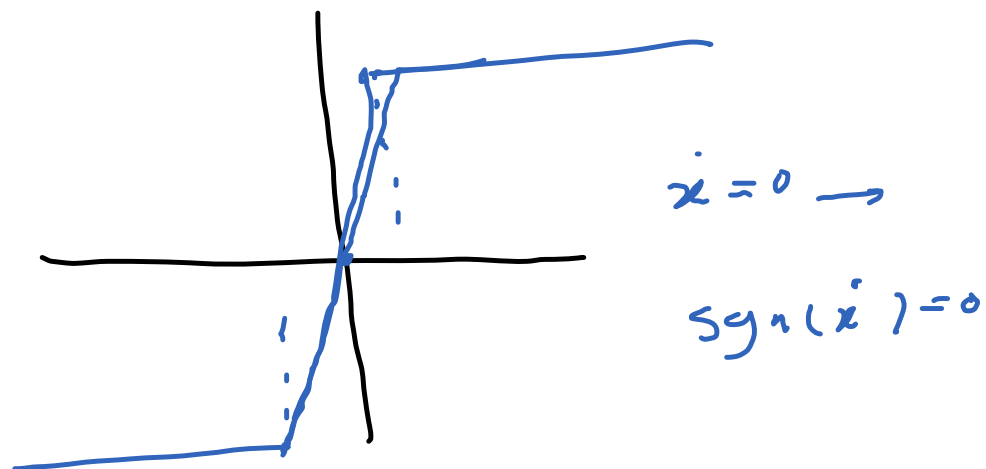
$$f_1 = x_2$$

$$f_2 = \frac{1}{m} [u(t) - \mu mg \operatorname{sgn}(x_2)]$$

$$f_2 = \frac{1}{m} [u(t) - \mu mg \operatorname{sgn}(x_2)]$$



نقطه‌ی $\dot{x} = 0$
 $\text{sgn}(\dot{x}) = ?$





دینامیک پیشرفته، دینامیک ذرات

دکتر امین نیکوبین