به نام خدا

تکلیف سری **دوم** درس کنترل اتوماتیک

دانشکده مهندسی مکانیک

استاد : دکتر نیکوبین

---

۱. الف) با استفاده از نرم افزار **MATLAB** تبدیل لاپلاس توابع زیر را بیابید.

| | |
|---|---|
| $f(t) = t^2 - 2t + 1$ | $h(t) = t^3 e^{-at}$ |
| $g(t) = \sin(t - \pi)$ | $j(t) = t\, e^{-at} \cos 10t$ |

ب) عکس تبدیل لاپلاس توابع زیر را بدست آورید.

| | | |
|---|---|---|
| $F(s) = \dfrac{3}{s(s+1)(s+6)}$ | $G(s) = \dfrac{s+2}{s(s+1)}$ | $H(s) = \dfrac{s+1}{s(s^2+s+1)}$ |
| $I(s) = \dfrac{13}{s(s^2+4s+13)}$ | $J(s) = \dfrac{1}{s^2(s^2+b^2)}$ | $K(s) = \dfrac{(s^2+2s+4)}{(s+1)(s+3)^2(s^2+s+1)}$ |

---

۲. عکس تبدیل لاپلاس توابع زیر را با استفاده از **MATLAB** محاسبه کنید. (از دستور **residue** استفاده کنید.)

| | |
|---|---|
| $F(s) = \dfrac{2s+12}{s^2+2s+5}$ | $G(s) = \dfrac{s^2+2s+3}{(s+1)^3}$ |
| $H(s) = \dfrac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}$ | $I(s) = \dfrac{s^6+1}{s^4+2s^3+2s^2+s}$ |

---

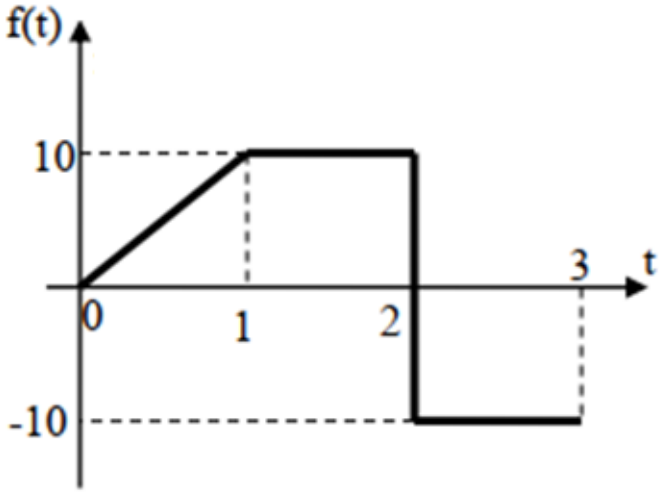
۳. معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

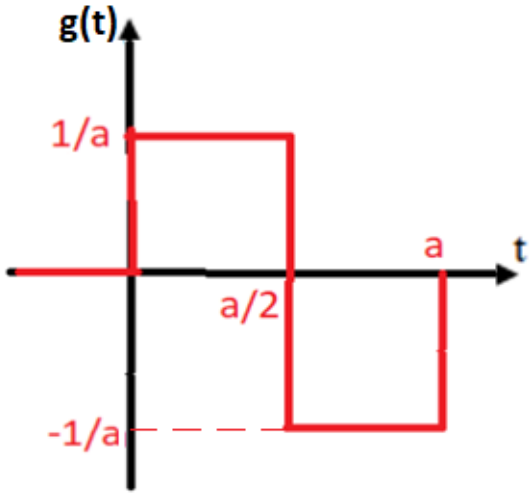
الف) $\ddot{x} + 4x = 0 \quad ; \quad x(0) = 2 \quad , \quad \dot{x}(0) = 1$

ب) $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = \delta(t) \quad ; \quad x(0) = 0 \quad , \quad \dot{x}(0) = 0$

ج) $\ddot{x} + 3\dot{x} + 5x = e^{-2t} \quad ; \quad x(0) = 1 \quad , \quad \dot{x}(0) = -2$

۴. تبدیل لاپلاس f(t) و g(t) نشان داده شده در شکل های زیر را محاسبه کنید.




---

**جدول لاپلاس**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $L\{\delta(t)\}=1$ | $L\{1\}=\frac{1}{s}$ | $L\{\sin(\omega t)\}=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ | $L\{\cos(\omega t)\}=\frac{s}{s^2+\omega^2}$ |
| $L\{e^{-at}\}=\frac{1}{s+a}$ | $L\{t^n\}=\frac{n!}{s^{n+1}}$ | $L\{\dot{f}\}=sF(s)-f(0)$ | $L\{\ddot{f}\}=s^2F(s)-sf(0)-\dot{f}(0)$ |
| $L\{\int_0^t f(t)dt\}=\frac{F(s)}{s}$ | $L\{f(\frac{t}{a}\}=aF(as)$ | $L\{f(t-a)\}=e^{-as}F(s)$ | $L\{e^{-at}f(t)\}=F(s+a)$ |
| $\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}=e^{-at}\sin\omega t$ | | $\frac{s}{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_2^2)}=\frac{1}{\omega_2^2-\omega_1^2}(\cos\omega_1 t-\cos\omega_2 t)\ \ (\omega_1^2\neq\omega_2^2)$ | |
| $\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}=e^{-at}\cos\omega t$ | | $\frac{s^2}{(s^2+\omega^2)^2}=\frac{1}{2\omega}(\sin\omega t+\omega t\cos\omega t)$ | |
| $\frac{\omega^2}{s(s^2+\omega^2)}=1-\cos\omega t$ | $\frac{\omega^3}{s^2(s^2+\omega^2)}=\omega t-\sin\omega t$ | | $\frac{1}{s^2(s+a)}=\frac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$ |